

প্রতিসাম্য

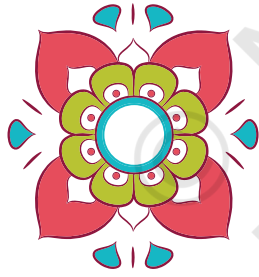
তোমাদের চারপাশে দেখো - তোমরা এমন অনেক বস্তু খুঁজে পেতে পারো যা তোমাদের দৃষ্টি আকর্ষণ করে। এমনই কিছু বিষয় নিচে তুলে ধরা হলো:



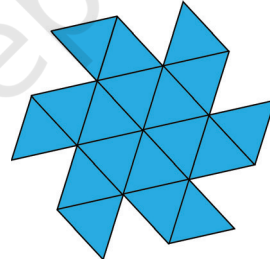
ফুল



প্রজাপতি



রঙ্গোলি



পিনছইল

উপরের ছবিগুলোতে একটা সুন্দর ব্যাপার আছে।

ফুলটি বিভিন্ন কোণ থেকে একই রকম দেখাচ্ছে। প্রজাপতির সম্পর্কে কি? নিঃসন্দেহে রংগুলো বেশ আকর্ষণীয়। কিন্তু এই প্রজাপতির আর কী তোমাদের কাছে আকর্ষণীয়?

এই ছবিগুলিতে, এটি প্রদর্শিত হয় যে চিত্রের কিছু অংশ পুনরাবৃত্তি করা হয় এবং এই পুনরাবৃত্তিগুলি একটি নির্দিষ্ট প্যাটার্নে ঘটে বলে মনে হয়। তোমরা কি কি দেখতে পাচ্ছে যা সুন্দর রঙ্গোলির চিত্রতে কী পুনরাবৃত্তি হয়? এই রঙ্গোলিতে,

ফুল, লাল পাপড়িগুলি নিজেদের মধ্যে ফিরে আসে যখন ফুলটি কেন্দ্রের চারপাশে ৯০ ডিগ্রি ঘোরানো হয় এবং রঞ্জালির অন্যান্য অংশগুলিও তাই করে।

পিনভুইল সম্পর্কে কী? তোমরা কি লক্ষ্য করতে পারো যে কোন প্যাটার্নটির পুনরাবৃত্তি হচ্ছে?

ইঙ্গিত : প্রথমে ষড়ভুজটি দেখো।

এখন, তোমরা কি বলতে পারো ষড়ভুজটির উভয় পাশে কোন চিত্রটির পুনরাবৃত্তি হয়? প্রতিটির পাশে আটকে থাকা চিত্রটির আকৃতি কী? চিনতে পারছো তো? ষড়ভুজটির সীমানা বরাবর অগ্রসর হওয়ার সময় এই আকারগুলি কীভাবে চলাচল করে? অন্যান্য ছবিগুলির সম্পর্কে কী- সেই কাঠামোগুলির সম্পর্কে কী যা তোমাদেরকে আকৃষ্ট করে এবং সেই কাঠামোগুলির নিদর্শনগুলি কী যা পুনরাবৃত্তি করে?



মেঘ

অন্যদিকে মেঘের এই ছবিটা দেখো। এরকম কোনও পুনরাবৃত্তিমূলক প্যাটার্ন নেই।

আমরা বলতে পারি যে প্রথম চারটি পরিসংখ্যান প্রতিসম এবং শেষটি প্রতিসম নয়। একটি প্রতিসাম্য একটি চিত্রের একটি অংশ বা অংশকে বোঝায় যা কিছু নির্দিষ্ট প্যাটার্নে পুনরাবৃত্তি হয়।



তাজমহল

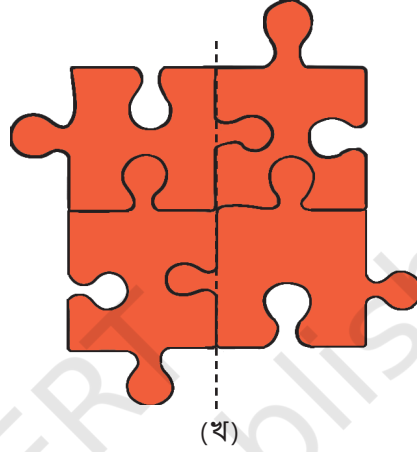
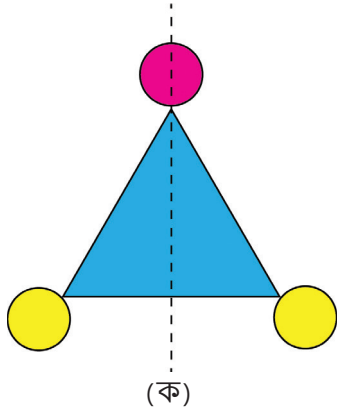


গোপুরম

এই সুন্দর কাঠামোগুলিতে তোমরা কী প্রতিসাম্য দেখতে পাচ্ছে?

৯.১ প্রতিসাম্যের রেখা

চিত্র (ক) একটি বিন্দুযুক্ত রেখা সহ একটি নীল ত্রিভুজের ছবি দেখায়। তোমরা যদি বিন্দুযুক্ত রেখা বরাবর ত্রিভুজটি ভাঁজ করো তবে কী হবে? হ্যাঁ, ত্রিভুজের একটি অর্ধেক অন্য অর্ধেককে পুরোপুরি ঢেকে রাখে। এগুলিকে আয়নার অর্ধেক বলা হয়!

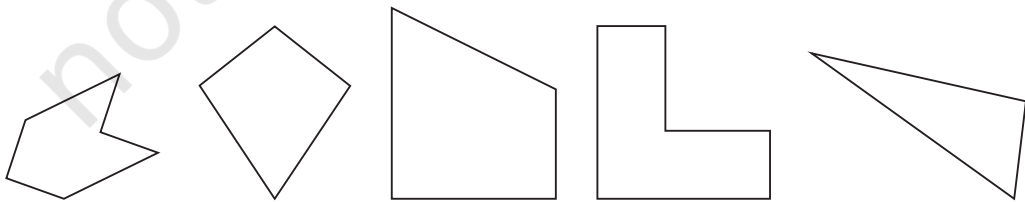


চারটি ধাঁধার টুকরো এবং মাঝখান দিয়ে যাওয়া একটি বিন্দুযুক্ত রেখা সহ চিত্র (খ) সম্পর্কে কী? তারা কি অর্ধেক আয়না? না, যখন আমরা রেখা বরাবর ভাঁজ করি, তখন বামদিকের অর্ধেকটা ডানদিকের অর্ধেকের উপরে ঠিক মানায় না।

একটি রেখা যা একটি চিত্রকে দুটি অংশে বিভক্ত করে যা সেই রেখা বরাবর ভাঁজ করার সময় ঠিক ওভারল্যাপ করে তাকে চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা বলা হয়।

☀ এগুলির সমাধান করো

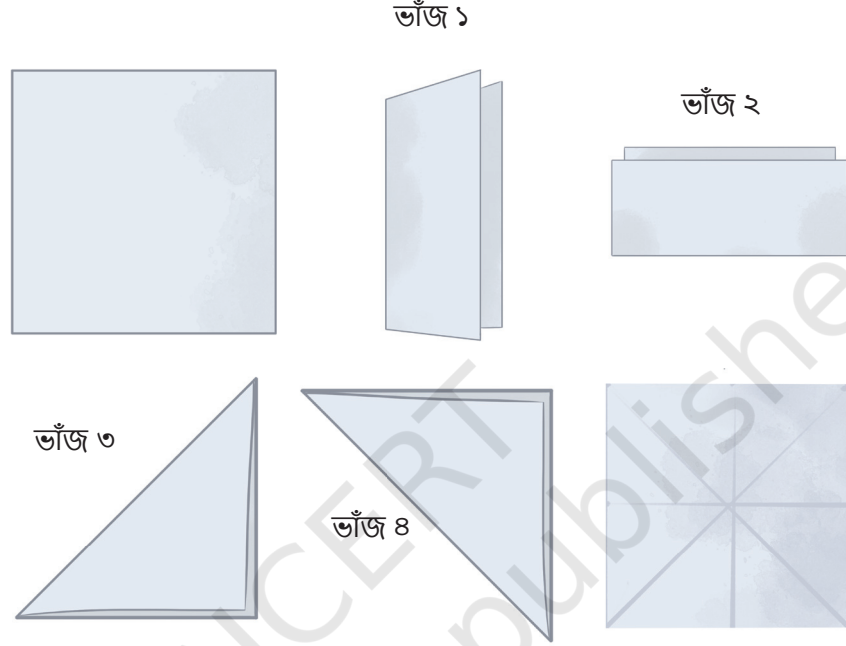
১. তোমরা কি অধ্যায়ের শুরুতে চিত্রগুলিতে কোনও প্রতিসাম্য রেখা দেখতে পাও? মেঘের ছবির সম্পর্কে কী?
২. নিম্নলিখিত প্রতিটি পরিসংখ্যানের জন্য, প্রতিসাম্যের রেখা (গুলি) বিদ্যমান থাকলে তা সনাক্ত করো।



একাধিক রেখার প্রতिसাম্য সহ পরিসংখ্যান

একটি বর্গক্ষেত্রের কি কেবল একটি প্রতিসাম্য রেখা থাকে?

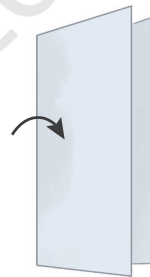
একটি বর্গাকার কাগজের টুকরো নাও। ভাঁজ করে, এর প্রতিসাম্যের সমস্ত রেখার সন্ধান করো।



এখানে বিভিন্ন ভাঁজ প্রতিসাম্যের বিভিন্ন রেখা দিচ্ছে।

- কাগজটি উল্লম্বভাবে অর্ধেক ভাঁজ করো।
- এটিকে আবার অর্ধেক অনুভূমিকভাবে ভাঁজ করো (অর্থাৎ, তোমরা এটি দু'বার ভাঁজ করেছো)। এবার ভাঁজগুলো খুলে ফেলো।

উল্লম্ব ভাঁজ



অনুভূমিক ভাঁজ



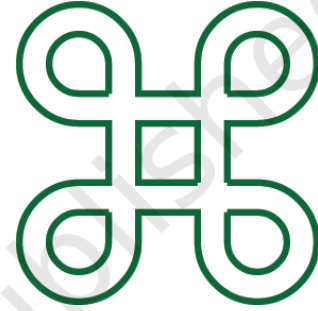
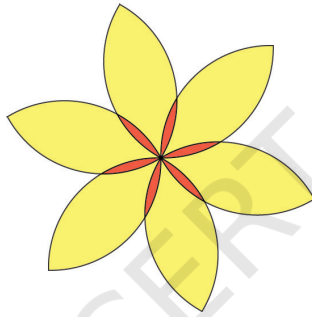
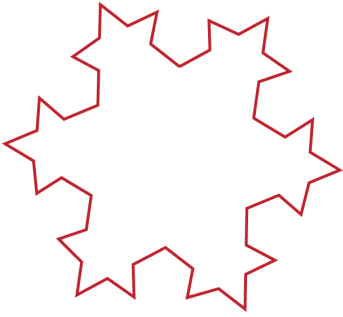
আবার বর্গক্ষেত্রটিকে অর্ধেক করে ভাঁজ করো (এখন তৃতীয়বারের জন্য),

তবে এবার একটি তির্যক বরাবর, যেমন চিত্রটিতে দেখানো হয়েছে। আবার, এটি খোলো।

এটিকে অর্ধেক ভাঁজ করো (চতুর্থবারের জন্য), তবে এবার অন্য তির্যক বরাবর, যেমন চিত্রে দেখানো হয়েছে। ভাঁজটি খুলে ফেলো।

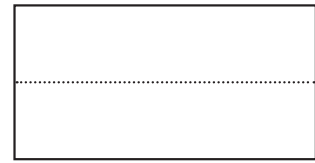
☀ বর্গক্ষেত্রটি ভাঁজ করার অন্য কোনও উপায় আছে যাতে দুটি অর্ধেক ওভারল্যাপ হয়? বর্গাকার আকৃতির প্রতিসাম্যের কয়টি রেখা থাকে?

সুতরাং, পরিসংখ্যানে প্রতিসাম্যের একাধিক রেখা থাকতে পারে। নীচের চিত্রগুলিতেও প্রতিসাম্যের একাধিক রেখা রয়েছে। তোমরা কি সেগুলিকে খুঁজে পেতে পারো?



☀ আমরা দেখেছি যে একটি বর্গক্ষেত্রের তির্যকও প্রতিসাম্যের একটি রেখা। এসো আমরা একটি আয়তক্ষেত্র নিই যা বর্গক্ষেত্র নয়। এর তির্যক কি প্রতিসাম্যের একটি রেখা?

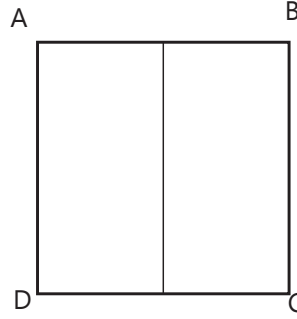
প্রথমে আয়তক্ষেত্রটি দেখো এবং এই প্রশ্নের উত্তর দাও। তারপর, একটি আয়তক্ষেত্রাকার কাগজের টুকরো নাও এবং দেখও যে দুটি অংশ তার তির্যক বরাবর ভাঁজ করে ওভারল্যাপ হয় কিনা। তোমরা কী পর্যবেক্ষণ করেছো?



প্রতিফলন

এতক্ষণ আমরা বলে আসছি যে যখন আমরা প্রতিসাম্যের একটি রেখা বরাবর একটি চিত্র ভাঁজ করি, তখন দুটি অংশ সম্পূর্ণরূপে ওভারল্যাপ হয়। আমরা এটাও বলতে পারি যে প্রতিসাম্য রেখার একপাশে চিত্রের অংশটি অন্য পাশের রেখার দ্বারা প্রতিফলিত হয়; একইভাবে, প্রতিসাম্য রেখার অপর পাশের চিত্রের অংশটি প্রথম দিকে প্রতিফলিত হয়! এসো আমরা চিত্রের উপর কিছু বিন্দুর লেবেল করে এটিকে বুঝতে পারি।

চিত্রটি A, B, C এবং D চিহ্নিতযুক্ত কোণগুলির সাথে একটি বর্গক্ষেত্র দেখায়। এসো আমরা প্রথমে প্রতिसাম্যের উল্লম্ব রেখাটিকে বিবেচনা করি। যখন আমরা এই রেখা বরাবর বর্গক্ষেত্রটি প্রতিফলিত করি, তখন ডানদিকে B, C বিন্দু বাম দিকে প্রতিফলিত হয় এবং A, D দ্বারা পূর্বে দখল করা অবস্থানগুলিকে দখল করে। A, D বিন্দুগুলির কী হবে? 'A' হল 'B'-র অবস্থান এবং 'D' হল 'C'-র অবস্থান!



☀ যদি আমরা A থেকে C পর্যন্ত তির্যক বরাবর প্রতিফলিত করি? A, B, C এবং D বিন্দুগুলি কোথায় যায়? যদি আমরা প্রতिसাম্যের অনুভূমিক রেখা বরাবর প্রতিফলিত করি? একটি চিত্র যার একটি রেখা বা প্রতिसাম্যের রেখা রয়েছে, তাকে প্রতিফলন প্রতिसাম্যও বলা হয়।

প্রতिसাম্যের রেখায়ুক্ত আকার তৈরি করা

এখন পর্যন্ত আমরা প্রতिसম পরিসংখ্যান এবং অপ্রতिसম পরিসংখ্যানের চিত্র দেখেছি। কীভাবে এমন প্রতिसম চিত্র তৈরি করা যায়? এসো আমরা এটিকে অন্বেষণ করি।

ইনক ব্লট ডেভিলস্

পঞ্চম শ্রেণীতে পড়ার সময় এই কাজটা করে তোমরা খুব মজা পেয়েছিলে। এক টুকরো কাগজ নাও। সেটিকে অর্ধেক ভাঁজ করো। কাগজটি খোলো এবং এক অর্ধেক অংশে কয়েক ফোঁটা কালি (বা পেইন্ট) ছড়িয়ে দাও।

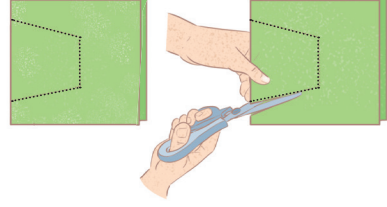
এখন অর্ধেকগুলিকে একসাথে প্রেস করো এবং তারপরে আবার কাগজটিকে খোলো।

- তুমি কি দেখছো?
- ফলস্বরূপ চিত্রটি কি প্রতিসম?
- যদি হ্যাঁ হয়, প্রতिसাম্যের রেখাটি কোথায়?
- অন্য কোন রেখা আছে যা দিয়ে ভাঁজ করে দুটি অভিন্ন অংশ তৈরি করা যায়?
- এই জাতীয় আরও নকশা তৈরি করার চেষ্টা করো।

কাগজ ভাঁজ এবং কাটা

এখানে প্রতিসম আকার তৈরির আরও একটি উপায় রয়েছে!

এই দুটি চিত্রে, কাগজের একটি শীট ভাঁজ করা হয় এবং দেখানো বিন্দুযুক্ত রেখা বরাবর একটি কাটা তৈরি করা হয়। কাগজটি উন্মোচিত হলে কেমন দেখাবে তার একটি স্কেচ আঁকো।

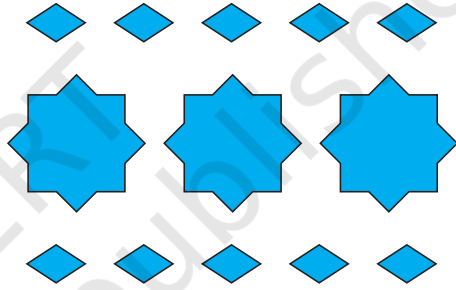


তোমরা কি এই চিত্রে প্রতিসাম্যের একটি রেখা দেখতে পাচ্ছে? এটা কি?

ভাঁজ করে ও কেটে বিভিন্ন প্রতিসম আকার তৈরি করো।

প্রতিসম আকার পেতে কাগজের টুকরো ভাঁজ এবং কাটার আরও উপায় রয়েছে!

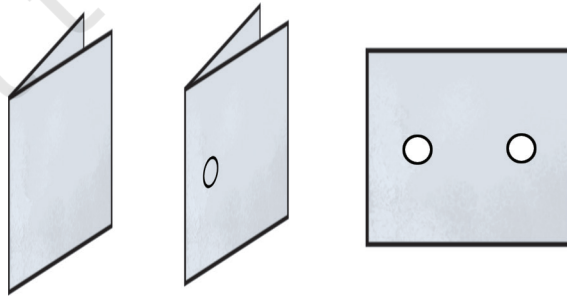
পাতলা আয়তক্ষেত্রাকার রঙের কাগজ ব্যবহার করো। এটিকে বেশ কয়েকবার ভাঁজ করো এবং কাগজটি কেটে কিছু জটিল নিদর্শন তৈরি করো, যেমনটি এখানে দেখানো হয়েছে। পুনরাবৃত্তিমূলক নকশায় প্রতিসাম্যের রেখাগুলি চিহ্নিত করো। উৎসব উপলক্ষে এই ধরনের আলংকারিক কাগজের কাট-আউট ব্যবহার করো।



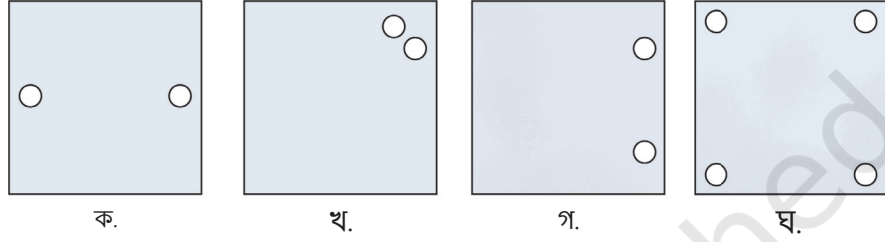
☀ এটির সমাধান করো

পাঞ্চিং গেম

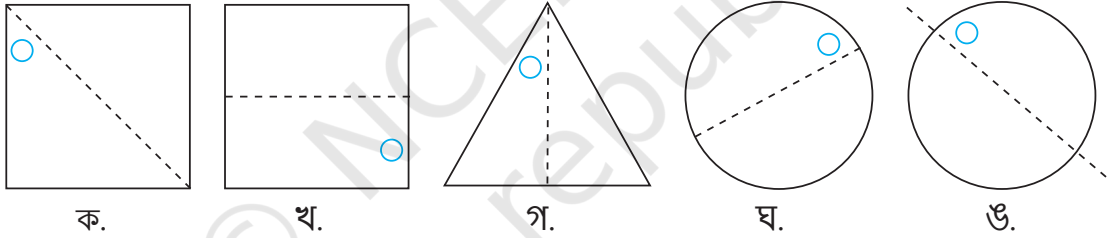
ভাঁজ হল প্রতিসাম্যের একটি রেখা। ঘুষি মারার যন্ত্র ব্যবহার করে একটি ভাঁজ করা বর্গাকার কাগজের বিভিন্ন স্থানে ছিদ্র করো এবং বিভিন্ন প্রতিসাম্যের নিদর্শন তৈরি করো।



১. নিচের প্রতিটি চিত্রে, কাগজের ভাঁজ করা বর্গাকার শীটে একটি ছিদ্র করা হয়েছিল এবং তারপরে কাগজটি উন্মোচন করা হয়েছিল। যে রেখা বরাবর কাগজটি ভাঁজ করা হয়েছিল তা চিহ্নিত করো।
চিত্র (ঘ) একটি একক গর্ত ঘুঁষি দ্বারা তৈরি করা হয়েছিল। কাগজ ভাঁজ করা হলো কীভাবে?



২. প্রতিসাম্যের রেখা (গুলি) দেওয়া হলে, অন্য গর্ত (গুলি) খুঁজে বের করো:



৩. এখানে কাগজ কাটা নিয়ে কিছু প্রশ্ন রয়েছে।
একটি উল্লম্ব ভাঁজ বিবেচনা করো। আমরা এটি এইভাবে উপস্থাপন করি:

উল্লম্ব ভাঁজ



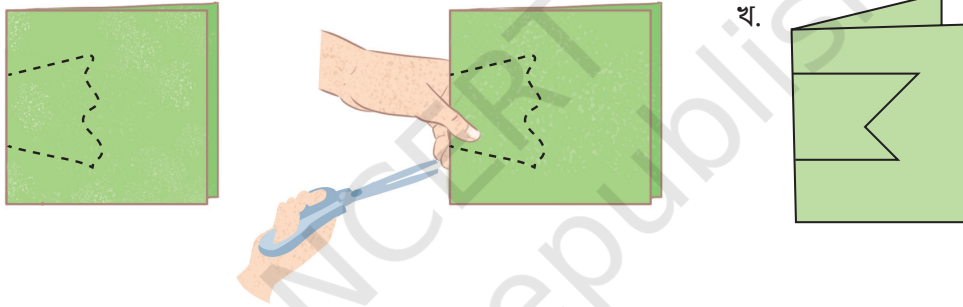
একইভাবে, একটি অনুভূমিক ভাঁজ নিম্নরূপ প্রতিনিধিত্ব করা হয়:

অনুভূমিক ভাঁজ



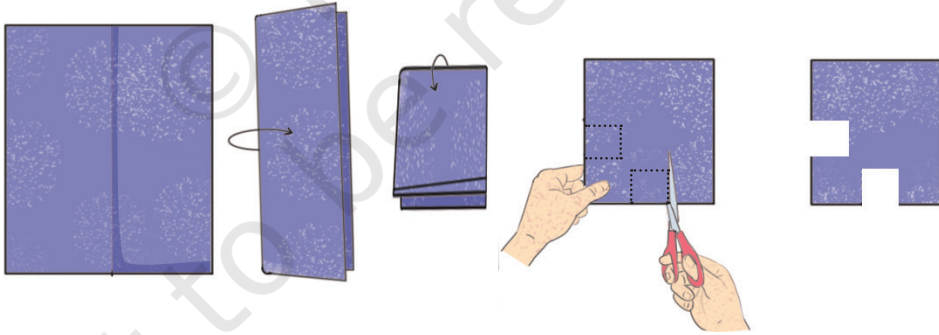
৪. নিম্নলিখিত প্রতিটি কাটার পরে, কাগজটি খোলার সময় গর্তের আকারের পূর্বাভাস দাও। তোমাদের ভবিষ্যদ্বাণী করার পরে, কাটআউটগুলি তৈরি করো এবং তোমাদের উত্তর যাচাই করো।

ক.

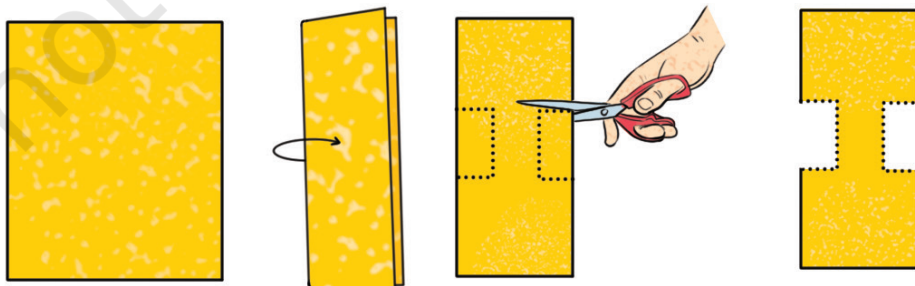


খ.

গ.



ঘ.

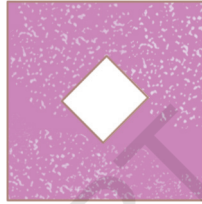


৫. ধরো তোমাদেরকে কিছু ভাঁজ এবং একটি সোজা কাটা দিয়ে এই আকারগুলির প্রতিটি পেতে হবে। কিভাবে করবে?

ক. মাঝখানে গহ্বরটি একটি বর্গাকার।



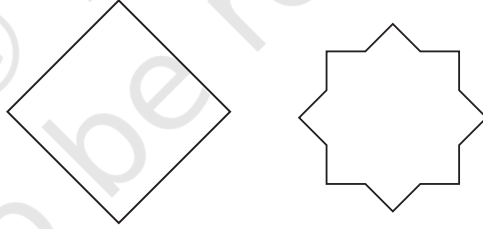
খ. মাঝখানে গহ্বরটি একটি বর্গক্ষেত্র।



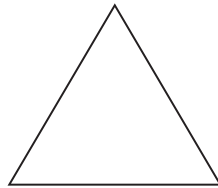
নোট: উপরের দুটি প্রশ্নের জন্য, কেন্দ্রের ৪-পার্শ্বযুক্ত চিত্রগুলি একটি বর্গক্ষেত্রের উভয় বৈশিষ্ট্যকে সন্তুষ্ট করে কিনা তা পরীক্ষা করো।

৬. এই আকারগুলির প্রতিসাম্যের কয়টি রেখা রয়েছে?

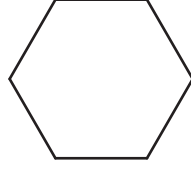
ক.



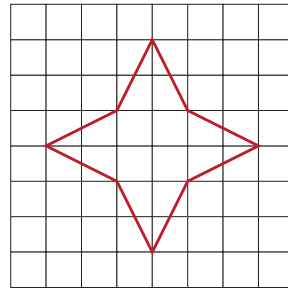
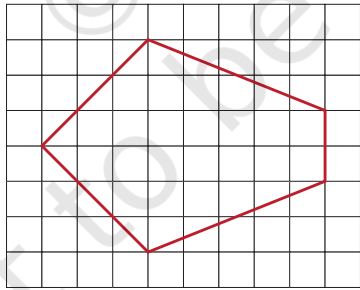
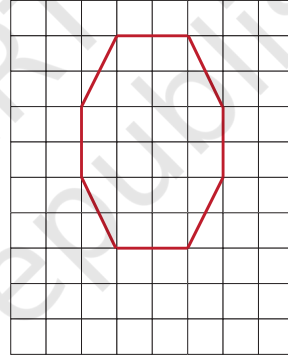
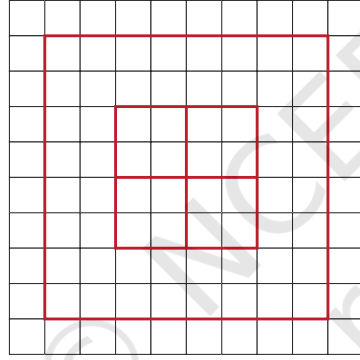
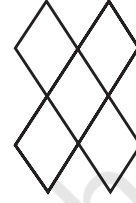
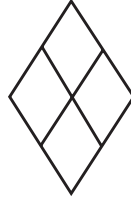
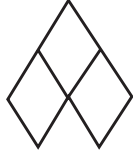
খ. সমান বাহু এবং সমান কোণ সহ একটি ত্রিভুজ।

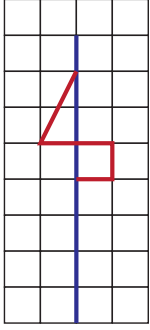


গ. সমান বাহু এবং সমান কোণ সহ একটি ষড়ভুজ।

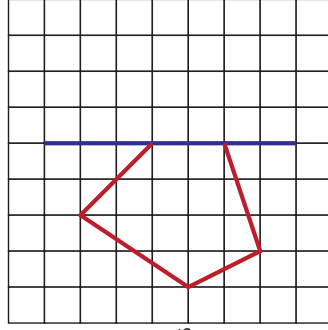


৭. প্রতিটি চিত্র ট্রেস করো এবং প্রতিসাম্যের রেখা আঁকো, যদি থাকে:

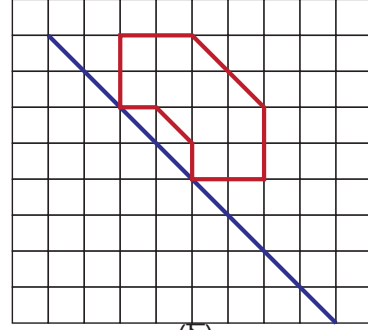




(ঘ)



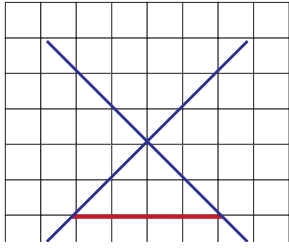
(ঙ)



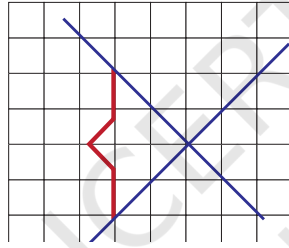
(চ)

ইঙ্গিত: (গ) এবং (চ) দেখে বইটি ঘোরানো সাহায্য করে কিনা!!

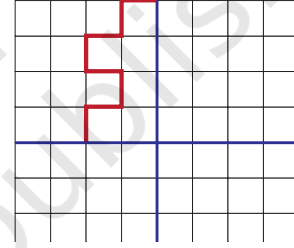
১২. নিচের অঙ্কনটি বর্গাকার কাগজে অনুলিপি করো। এগুলির প্রত্যেকটি সম্পূর্ণ করো যাতে ফলস্বরূপ চিত্রটিতে প্রতিসাম্য রেখা হিসাবে দুটি নীল রেখা থাকে।



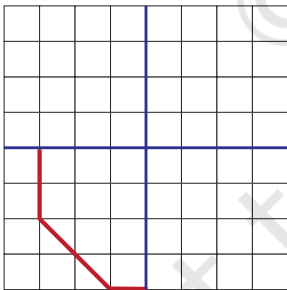
(ক)



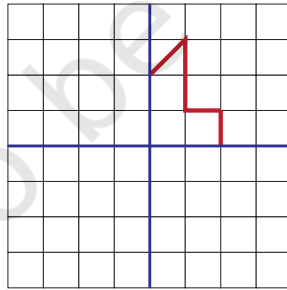
(খ)



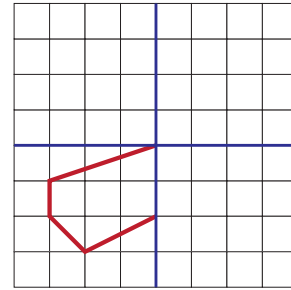
(গ)



(ঘ)

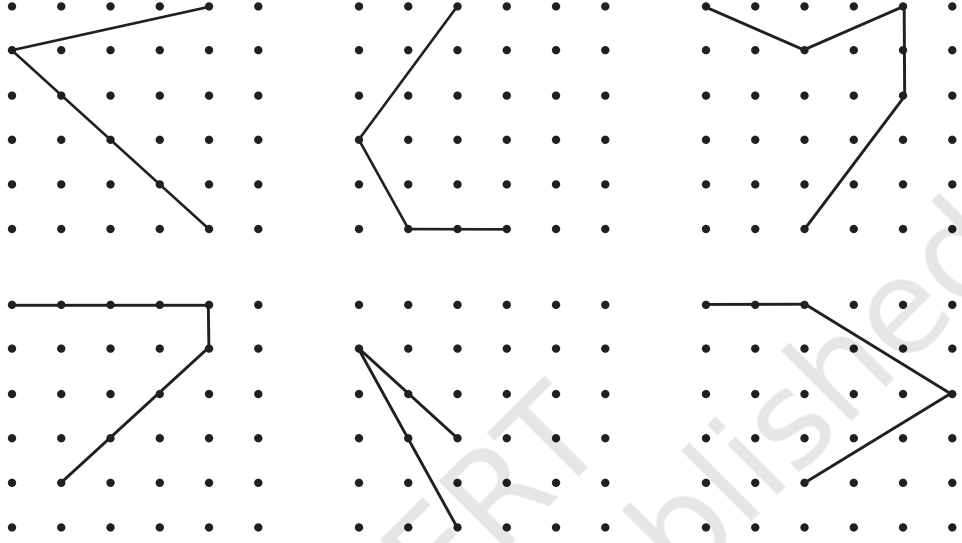


(ঙ)



(চ)

১৩. নিম্নলিখিতগুলি একটি ডট গ্রিডে অনুলিপি করো। প্রতিটি চিত্রের জন্য আরও দুটি রেখা আঁকো যাতে একটি আকৃতি তৈরি হয় যার একটি প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে।



- ৯.২ ঘূর্ণন প্রতিসাম্য

ছবিতে কাগজের বাতচক্রটি প্রতিসম দেখায় তবে প্রতিসাম্যের কোনও রেখা নেই! যাইহোক, তোমরা যদি এটি ভাঁজ করো তবে দুটি অর্ধেক ঠিক ওভারল্যাপ হবে না। অন্যদিকে, তোমরা যদি এটিকে কেন্দ্রের লাল বিন্দুর কাছাকাছি ৯০° ঘোরাও, তবে বাতচক্রটি ঠিক একই রকম দেখায়।



আমরা বলি যে বাতচক্রের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য রয়েছে।

ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কথা বলার সময়, সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থাকে যার সম্পর্কে বস্তুটি ঘোরানো হয়। এই স্থির বিন্দুটিকে আবর্তনের কেন্দ্র বলা হয়।

৯০° -এর কম কোণ দিয়ে ঘোরানোর সময় উপরের বাতচক্রটি কি ঠিক একই রকম দেখাবে?

না!

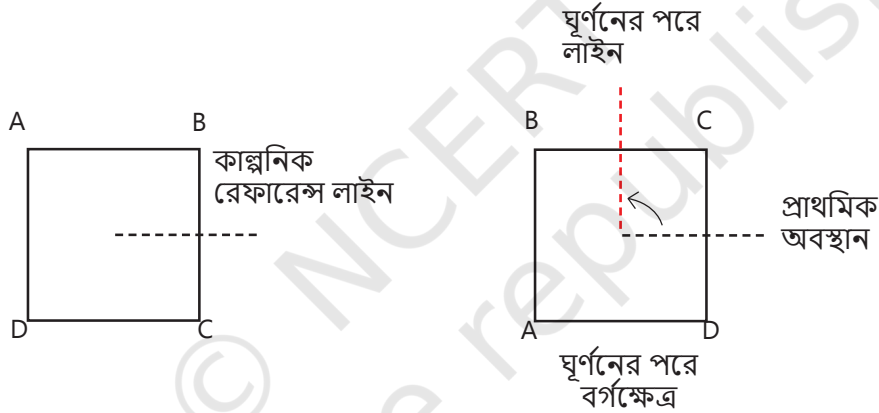
একটি কোণ যার মাধ্যমে একটি চিত্রকে ঠিক একই দেখতে ঘোরানো যেতে পারে তাকে ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কোণ বা সংক্ষেপে প্রতিসাম্য কোণ বলা হয়।

বাতচক্রের জন্য প্রতিসাম্য কোণগুলি হল ৯০° (চতুর্থাংশ বাঁক), ১৮০° (অর্ধ বাঁক), ২৭০° (তিন-চতুর্থাংশ বাঁক) এবং ৩৬০° (পূর্ণ বাঁক)। লক্ষ্য করো যে কোনও চিত্র যখন ৩৬০° দ্বারা ঘোরানো হয়, তখন এটি তার মূল অবস্থানে ফিরে আসে, তাই ৩৬০° সর্বদা প্রতিসাম্যের একটি কোণ।

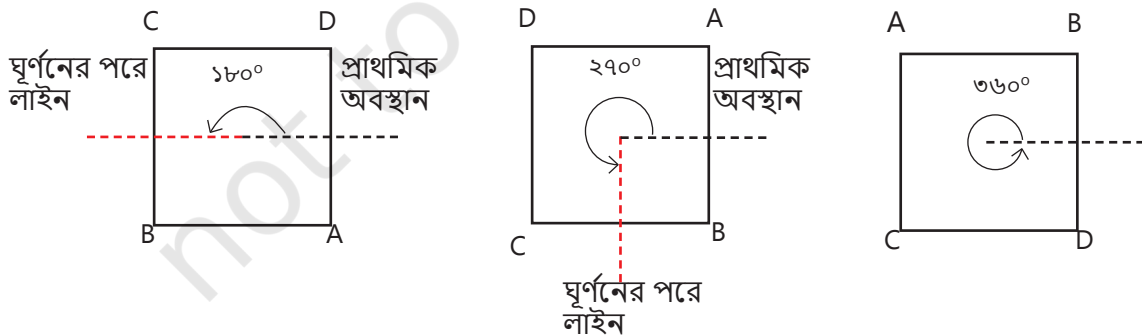
সুতরাং, আমরা দেখতে পাই যে উইন্ডমিলের প্রতিসাম্যের ৪ টি কোণ রয়েছে। তোমরা কি অন্য কোনও আকৃতির কথা জানো যার প্রতিসাম্যের ঠিক চারটি কোণ রয়েছে?

একটি বর্গক্ষেত্রের প্রতিসাম্যের কয়টি কোণ থাকে? প্রাথমিক বর্গক্ষেত্রটি পেতে কত ঘূর্ণন প্রয়োজন?

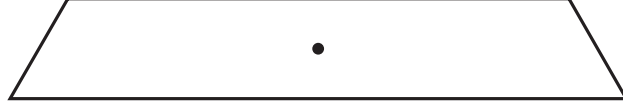
৯০° ঘূর্ণনের পরে আমরা নিজের সাথে একটি বর্গক্ষেত্রের ওভারল্যাপিং ফিরে পাই। এটি 'A' বিন্দুকে 'B' বিন্দুর অবস্থানে, 'বি' বিন্দুকে 'C' বিন্দুর অবস্থানে, 'C' বিন্দুকে 'D' বিন্দুর অবস্থানে এবং 'D' বিন্দুকে 'A' বিন্দুর অবস্থানে নিয়ে যায়? তোমরা কি জানো ঘূর্ণনের কেন্দ্র কোথায় চিহ্নিত করতে হয়?



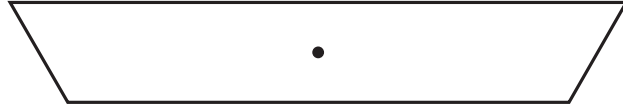
প্রতিসাম্যের অন্যান্য কোণগুলি কী কী?



উদাহরণ: নিম্নলিখিত স্ট্রিপের প্রতিসাম্য কোণগুলি খুঁজে বের করো।



সমাধান: এসো আমরা স্ট্রিপটিকে তার কেন্দ্রের চারপাশে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘোরাই।



180° এর একটি ঘূর্ণন উপরের চিত্রের ফলাফল। এটি কি মূল চিত্রের সাথে ওভারল্যাপ করে।

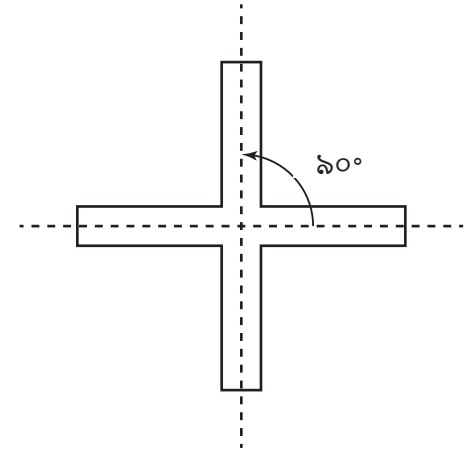
না। কেন?

এই অবস্থান থেকে 180° এর মধ্য দিয়ে আরেকটি ঘূর্ণন মূল আকৃতি দেয়।

360° এর মধ্য দিয়ে **একবার** সম্পূর্ণ আবর্তনের পরেই এই চিত্রটি তার মূল আকারে ফিরে আসে। সুতরাং, আমরা বলি যে এই চিত্রটির **ঘূর্ণন প্রতিসাম্য নেই**।

কেন্দ্রাভিমুখী বাহুযুক্ত চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য

এই চিত্রটিকে বিবেচনা করো, ৪টি রেডিয়াল বাহু সহ একটি চিত্র। এর কতগুলি প্রতিসাম্য কোণ রয়েছে? সেগুলো কি কি? লক্ষ্য করো যে সংলগ্ন কেন্দ্রীয় বিন্দুযুক্ত রেখার মধ্যে কোণ 90° ।

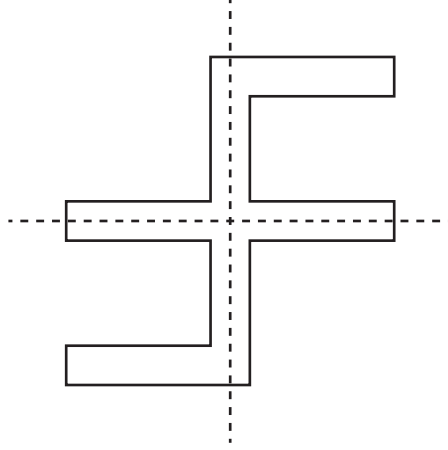


তোমরা কি রেডিয়াল বাহুর মধ্যে কোণগুলি পরিবর্তন করতে পারো যাতে চিত্রটিতে এখনও ৪টি প্রতিসাম্য কোণ থাকে? এটি আঁকার চেষ্টা করো।

আঁকা চিত্রটিতে প্রকৃতপক্ষে ৪টি প্রতিসাম্য কোণ রয়েছে কিনা তা পরীক্ষা করার জন্য, তোমরা দুটি ভিন্ন কাগজের টুকরোতে চিত্রটি আঁকতে পারো। একটি কাগজ থেকে রেডিয়াল বাহু কেটে নাও। কাগজের উপর চিত্রটি স্থির রাখো এবং ঘূর্ণন প্রতিসাম্য পরীক্ষা করার জন্য কাটআউটটি ঘোরাও।

তোমরা কিভাবে উপরের চিত্রটি পরিবর্তন করবে যাতে এটির প্রতিসাম্যের মাত্র দুটি কোণ থাকে ?

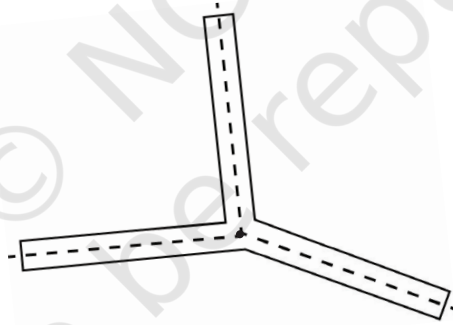
এখানে একটি উপায়:



আমরা প্রতিসাম্যের ৪ এবং ২ কোণ বিশিষ্ট পরিসংখ্যান দেখেছি। আমরা কি প্রতিসাম্যের ঠিক ৩ কোণ বিশিষ্ট একটি চিত্র পেতে পারি? তোমরা এই জন্য রেডিয়াল বাহু ব্যবহার করতে পারো?

এসো আমরা নীচের চিত্রের মতো ৩ টি রেডিয়াল আর্মস্ দিয়ে চেষ্টা করি। প্রতিসাম্যের কয়টি কোণ আছে এবং সেগুলি কী কী?

এখানে তিনটি রেডিয়াল বাহু সহ একটি চিত্র রয়েছে।



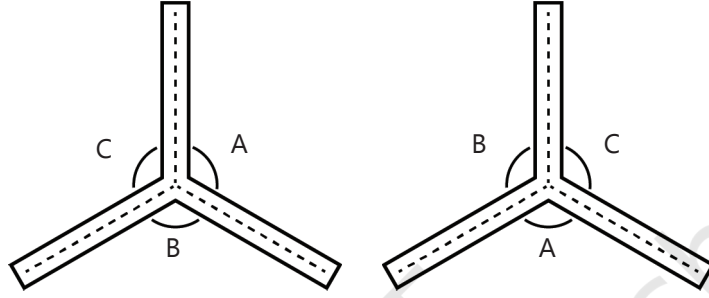
এই চিত্রটির একটি অনুলিপি ট্রেস করো এবং কেটে ফেলো। এই চিত্রটির উপর কাটআউটটি ঘোরানোর মাধ্যমে এর ঘূর্ণনের কোণগুলি নির্ধারণ করো।

আমরা দেখতে পাই যে শুধুমাত্র একটি পূর্ণ মোড় বা 360° ঘূর্ণন চিত্রটিকে নিজের মধ্যে ফিরিয়ে আনবে। সুতরাং এই চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসাম্য নেই কারণ 360 ডিগ্রি তার একমাত্র প্রতিসাম্য কোণ।

যাইহোক, চিত্রের কোনও কিছু কি পরিবর্তন করা যেতে পারে যাতে এটির ৩টি প্রতিসাম্য কোণ থাকে?

বিন্দুযুক্ত রেখাগুলির মধ্যে কোণ পরিবর্তন করে কি এটি করা যেতে পারে?
যদি তিনটি রেডিয়াল বাহুর একটি চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য থাকে, তবে এর একটি ঘূর্ণিত সংস্করণ মূলটির সাথে ওভারল্যাপ করা উচিত। এখানে তাদের উভয়ের মোটামুটি চিত্র রয়েছে।

যদি এই দুটি সংখ্যাকে অবশ্যই ওভারল্যাপ করতে হয়, তবে কোণগুলি সম্পর্কে তোমরা কী বলতে পারো?



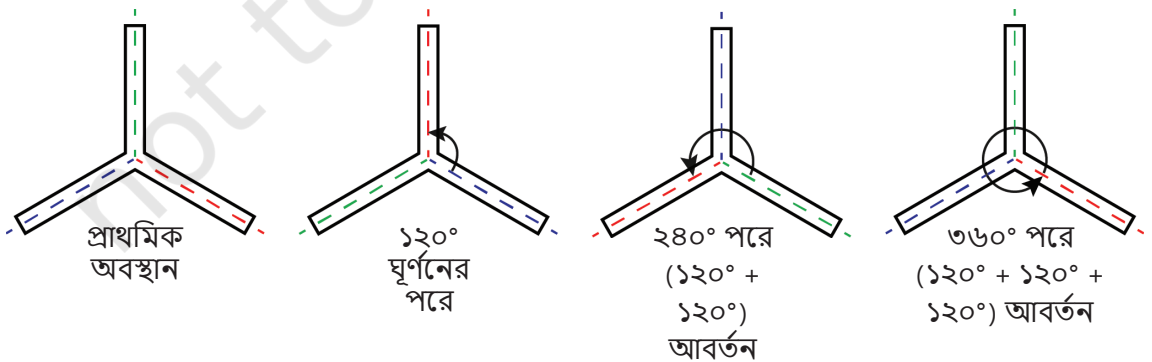
পর্যবেক্ষণ করো যে $\angle A$ একটি ওভারল্যাপ আবশ্যিক $\angle B$, $\angle B$ অবশ্যই ওভারল্যাপ করবে $\angle C$ এবং $\angle C$ অবশ্যই ওভারল্যাপ করতে হবে $\angle A$ ।

তাই $\angle A = \angle B = \angle C$ । এই কোণটি কী হওয়া উচিত?

আমরা জানি যে একটি পূর্ণ টার্ন 360 ডিগ্রি আছে। এটি এই তিনটি কোণের মধ্যে সমানভাবে বিতরণ করা হয়। সুতরাং প্রতিটি কোণ অবশ্যই হতে হবে $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ ।

সুতরাং, ৩টি বাহু সহ রেডিয়াল বাহুর চিত্রটি ঘূর্ণন প্রতিসাম্য দেখায় যখন সংলগ্ন বিন্দুযুক্ত রেখার মধ্যে কোণ 120° হয়। এই পর্যবেক্ষণ যাচাই করতে কাগজের কাটআউট ব্যবহার করো।

এখন চিত্রটির কতগুলি ঘূর্ণন কোণ রয়েছে এবং সেগুলি কী কী?



নোট: ঘূর্ণন দেখানোর জন্য রঙগুলি যোগ করা হয়েছে।

এসো আমরা আরও পরিসংখ্যান অন্বেষণ করি।

☀ তোমরা কি রেডিয়াল বাহু সহ একটি চিত্র আঁকতে পারো যার ক) ঠিক ৫টি প্রতিসাম্য কোণ, খ) ৬টি প্রতিসাম্য কোণ রয়েছে? এছাড়াও প্রতিটি ক্ষেত্রে প্রতিসাম্য কোণগুলি খুঁজে বের করো।

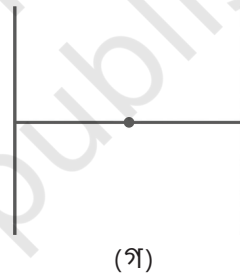
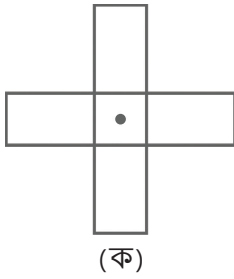
ইঙ্গিত: প্রথম ক্ষেত্রে ৫ রেডিয়াল বাহু ব্যবহার করো। দুটি সংলগ্ন রেডিয়াল বাহুর মধ্যে কোণটি কী হওয়া উচিত?

☀ রেডিয়াল বাহু সহ একটি চিত্র বিবেচনা করো যার প্রতিসাম্যের ঠিক ৭টি কোণ রয়েছে। এর প্রতিসাম্যের ক্ষুদ্রতম কোণটি কী হবে? এই ক্ষেত্রে ডিগ্রীর সংখ্যা একটি পূর্ণ সংখ্যা? যদি তা না হয়, তবে এটিকে একটি মিশ্র ভগ্নাংশ হিসাবে প্রকাশ করো।

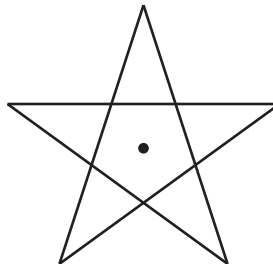
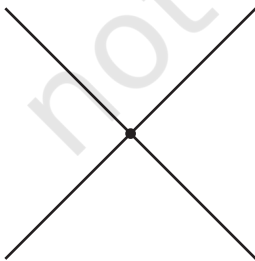
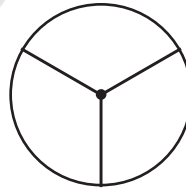
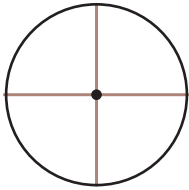
এসো আমরা অন্যান্য ধরনের চিত্রের জন্য প্রতিসাম্যের কোণগুলি সন্ধান করি।

☀ এগুলির সমাধান করো

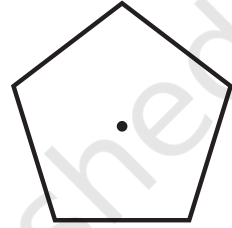
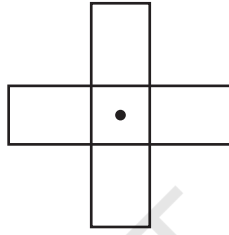
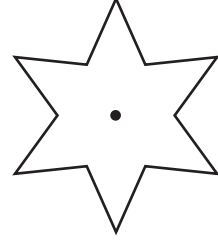
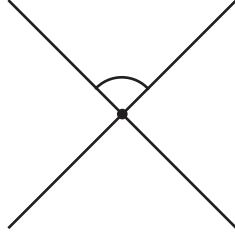
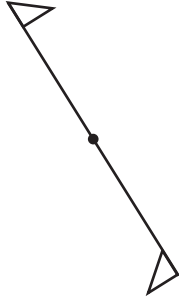
১. চিহ্নিত বিন্দু সম্পর্কে প্রদত্ত চিত্রগুলির জন্য প্রতিসাম্য কোণগুলি খুঁজে বের করো।



২. নিচের কোন পরিসংখ্যানে একাধিক প্রতিসাম্য কোণ রয়েছে?



৩. প্রতিটি চিত্রের জন্য ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের ক্রম দাও:



এসো আমরা উপরের সমস্ত ক্ষেত্রে প্রতিসাম্যের কোণগুলি তালিকাভুক্ত করি।

- প্রতিসাম্যের কোণ যখন তাদের মধ্যে ঠিক ২টি থাকে: ১৮০° , ৩৬০° ।
- প্রতিসাম্যের কোণগুলি যখন তাদের মধ্যে ঠিক ৩টি থাকে: ১২০° , ২৪০° , ৩৬০° ।
- প্রতিসাম্যের কোণগুলি যখন তাদের ঠিক ৪ টি থাকে: ৯০° , ১৮০° , ২৭০° , ৩৬০° ।

তোমরা কি এই ক্ষেত্রে প্রতিসাম্যের কোণ সম্পর্কে সাধারণ কিছু পর্যবেক্ষণ করছো? সংখ্যার প্রথম সেটটি ১৮০ এর গুণিতক। দ্বিতীয়টি ১২০ এর গুণিতক। তৃতীয়টি ৯০ এর গুণিতক।

☀ প্রতিটি ক্ষেত্রে, কোণগুলি ক্ষুদ্রতম কোণের গুণিতক। তোমরা অবাক হতে পারো এবং জিজ্ঞাসা করতে পারো যে এটি সর্বদা ঘটবে কিনা। তোমরা কি ভাবছো?

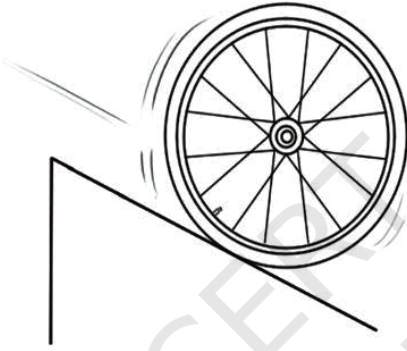
☀ সত্য বা মিথ্যা

- প্রতিসাম্য কোণ হিসাবে প্রতিটি চিত্রের ৩৬০ ডিগ্রি থাকবে।
- যদি কোনও চিত্রের প্রতিসাম্যের ক্ষুদ্রতম কোণটি ডিগ্রিতে একটি প্রাকৃতিক সংখ্যা হয় তবে এটি ৩৬০ -এর **একটি গুণক**।

সমস্ত পরিসংখ্যানের জন্য কি একটি ক্ষুদ্রতম প্রতিসাম্য কোণ রয়েছে? দেখা যাচ্ছে যে, বৃত্তের মতো সর্বাধিক প্রতিসম আকৃতিগুলি ছাড়া বেশিরভাগ সংখ্যার ক্ষেত্রেই এটি ঘটে, যার প্রতিসাম্যগুলি নিয়ে আমরা এখন আলোচনা করছি।

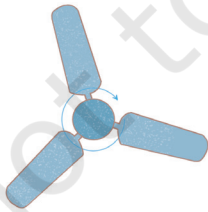
একটি বৃত্তের প্রতিসাম্য

বৃত্তটি একটি আকর্ষণীয় চিত্র। তোমরা যখন কোনও বৃত্তকে তার কেন্দ্রের চারপাশে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘোরাও তখন কী ঘটে? এটি নিজের সঙ্গে মিলে যায়। তোমরা কোন কোণ দিয়ে এটি ঘোরাও তা বিবেচ্য নয়! সুতরাং, একটি বৃত্তের জন্য, প্রতিটি কোণ প্রতিসাম্যের একটি কোণ।

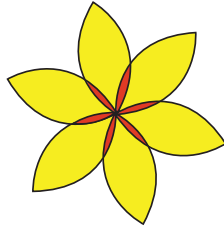


এখন বৃত্তের প্রান্তে একটি বিন্দু নাও এবং এটি কেন্দ্রে যোগ করো। বৃত্তের ব্যাস পর্যন্ত সেগমেন্টটি প্রসারিত করো। এই ব্যাস কি প্রতিফলন প্রতিসাম্যের একটি রেখা? এটা। প্রতিটি ব্যাস প্রতিসাম্যের একটি রেখা!

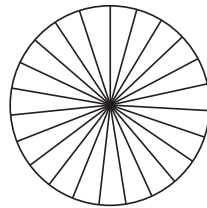
চাকার মতো, আমরা আমাদের চারপাশে ঘূর্ণন প্রতিসাম্য সহ অন্যান্য বস্তু খুঁজে পেতে পারি। সেগুলিকে খুঁজে বের করো। সেগুলির কয়েকটি নিচে তুলে ধরা হলো:



পাখা



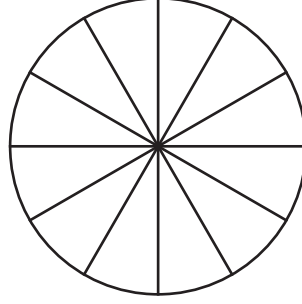
ফুল



চাকা

☀ এটি সমাধান করো

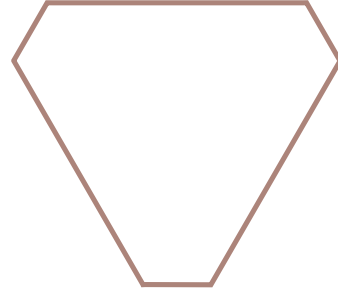
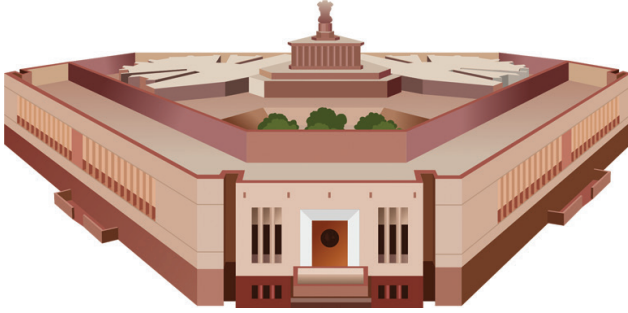
১. নীচের বৃত্তের সেক্টরগুলির এমনভাবে রঙ করো যাতে চিত্রটিতে i) প্রতিসাম্যের ৩ টি কোণ, ii) প্রতিসাম্যের ৪ টি কোণ, iii) সেক্টরগুলিকে বিভিন্ন উপায়ে রঙ করে তোমরা প্রতিসাম্যের কোণের সম্ভাব্য সংখ্যাগুলি কী পেতে পারো?



২. একটি বৃত্ত এবং একটি বর্গক্ষেত্র ব্যতীত অন্য দুটি চিত্র আঁকো যার প্রতিফলন প্রতিসাম্য এবং ঘূর্ণন প্রতিসাম্য উভয়ই রয়েছে।
৩. যেখানেই সম্ভব, এর একটি মোটামুটি স্কেচ আঁকো:
- ক. কমপক্ষে দুটি প্রতিসাম্য রেখা এবং কমপক্ষে দুটি প্রতিসাম্য কোণ সহ একটি ত্রিভুজ।
- খ. একটি ত্রিভুজ যার প্রতিসাম্যের মাত্র একটি রেখা রয়েছে তবে ঘূর্ণন প্রতিসাম্য নেই।
- গ. ঘূর্ণন প্রতিসাম্য সহ একটি চতুর্ভুজ কিন্তু কোনও প্রতিফলন প্রতিসাম্য নেই।
- ঘ. প্রতিফলন প্রতিসাম্য সহ একটি চতুর্ভুজ কিন্তু ঘূর্ণন প্রতিসাম্য নেই।
৪. একটি চিত্রে, 60° প্রতিসাম্যের ক্ষুদ্রতম কোণ। এই চিত্রের প্রতিসাম্যের অন্যান্য কোণগুলি কী কী?
৫. একটি চিত্রে, 60° প্রতিসাম্যের একটি কোণ। চিত্রটির প্রতিসাম্যের দুটি কোণ 60° এর চেয়ে কম। এর ক্ষুদ্রতম প্রতিসাম্য কোণ কোনটি?
৬. আমরা কি ঘূর্ণন প্রতিসাম্য সহ একটি চিত্র পেতে পারি যার প্রতিসাম্যের ক্ষুদ্রতম কোণটি হল:
- ক. 85° ?
- খ. 19° ?




৭. এটি দিল্লির নতুন সংসদ ভবনের ছবি।

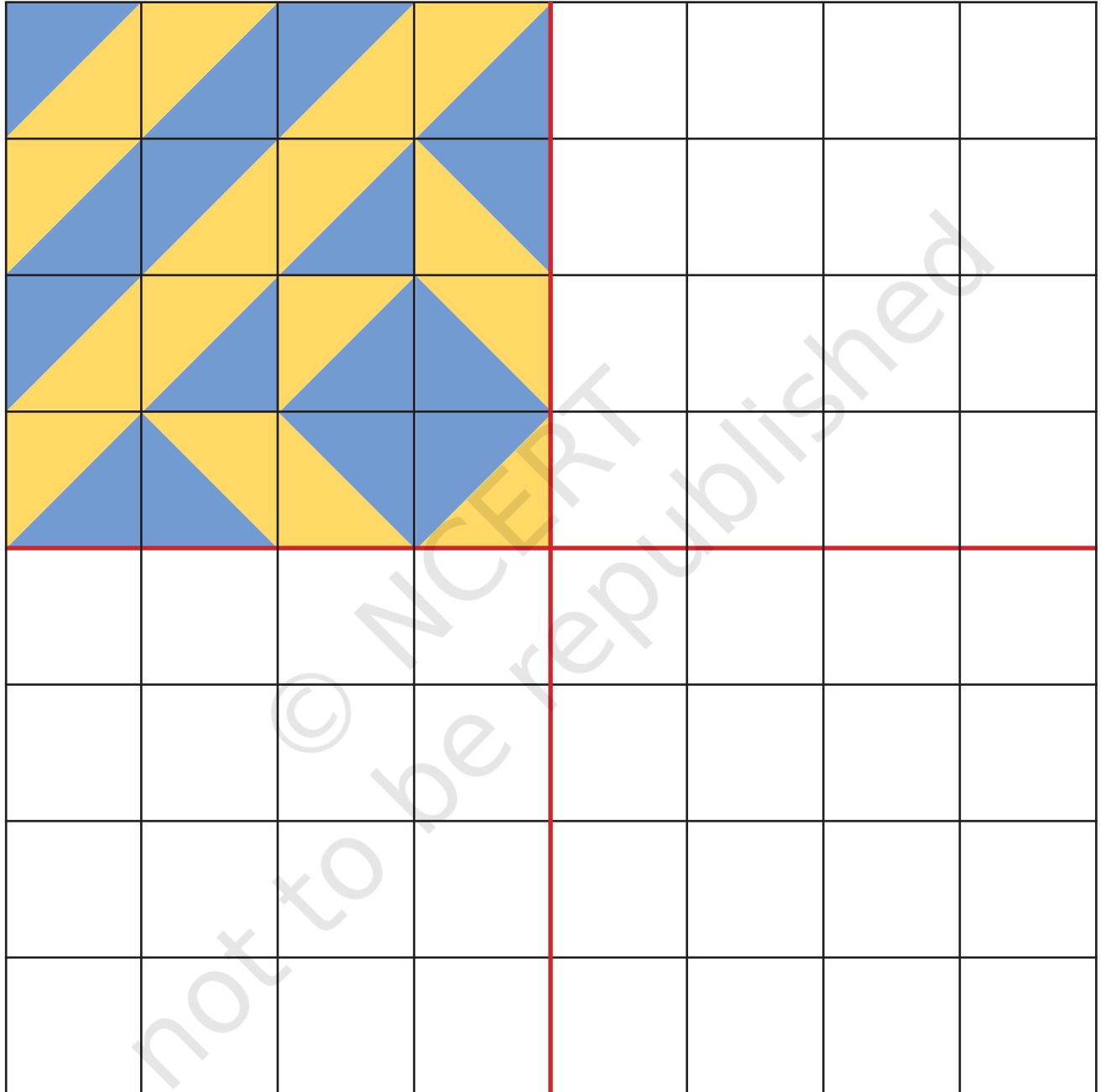


- ক. এই ছবির বাইরের সীমানায় কি প্রতিফলন প্রতিসাম্য আছে? যদি থাকে তবে প্রতিসাম্যের রেখাগুলি আঁকো। তারা কয়টি?
- খ. এর কেন্দ্রের চারপাশে কি ঘূর্ণন প্রতিসাম্য রয়েছে? যদি থাকে তবে ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণগুলি সন্ধান করো।
৮. প্রথম অধ্যায়ের, তৃতীয় টেবিলে, নিয়মিত বহুভুজগুলিতে প্রথম আকৃতির ক্রমের আকারগুলির প্রতিসাম্যের কতগুলি রেখা রয়েছে? তোমরা কোন সংখ্যার ক্রম পাবে?
৯. প্রতিসাম্যের কত কোণ আকারে আকারগুলি করে প্রথম আকৃতির ক্রম মধ্যে অধ্যায় ১, সারণী ৩, নিয়মিত বহুভুজ, আছে? তোমরা কোন সংখ্যার ক্রম পাবে?
১০. অধ্যায় ১, টেবিল ৩, কোচ স্নোফ্লেক ক্রমের শেষ আকৃতির ক্রমের আকারগুলির প্রতিসাম্যের কতগুলি রেখা রয়েছে? প্রতিসাম্যের কয়টি কোণ?
১১. অশোক চক্রে প্রতিসাম্যের কতগুলি রেখা ও প্রতিসাম্যের কোণ আছে?



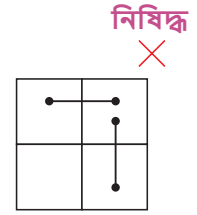
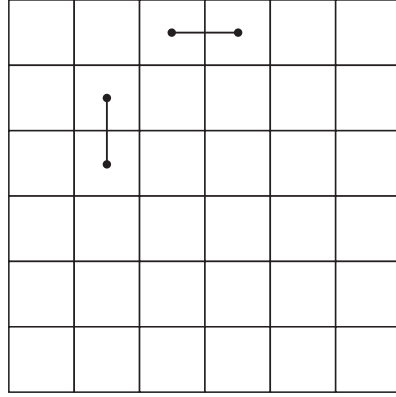
টাইলস্ দিয়ে খেলা

- ক. রঙের টাইলস ব্যবহার করো  নীচের চিত্রটি সম্পূর্ণ করার জন্য বইয়ের শেষে দেওয়া হয়েছে যাতে এতে প্রতিসাম্যের ঠিক ২ টি রেখা থাকে।
- খ. এমন ১৬ টি টাইলস ব্যবহার করে এমন চিত্রগুলি তৈরি করো যা হুবহু এইরকম রয়েছে:
প্রতিসাম্যের ১ টি রেখা
প্রতিসাম্যের ২ টি রেখা
- গ. সৃজনশীল প্রতিসম নকশা তৈরিতে এই টাইলস গুলি ব্যবহার করো।



☀ খেলা

একটি ৬x৬ গ্রিডটি আঁকো। দুইজন খেলোয়াড় পালক্রমে দুটি সংলগ্ন বর্গক্ষেত্র একটি রেখা দিয়ে ঢেকে দেয়। রেখাটি অনুভূমিক বা উল্লম্বভাবে স্থাপন করা যেতে পারে। রেখাগুলি একে উপরের উপর থাকতে পারে না। খেলাটি ততক্ষণ চলতে থাকে যতক্ষণ না একজন খেলোয়াড় আর কোনো রেখা স্থাপন করতে পারে। যে খেলোয়াড় আর রেখা স্থাপন করতে পারে না, সে হেরে যায়। এই খেলাটি জেতার জন্য কোন কৌশলে খেলা যেতে পারে?



সারাংশ

- যখন কোনো আকৃতি এমন অংশগুলি দিয়ে তৈরি হয় যা একটি নির্দিষ্ট নকশা পুনরাবৃত্তি হয়, তখন আমরা বলি যে আকৃতিটির প্রতিসাম্য রয়েছে। আমরা বলি যে এই ধরনের আকৃতি প্রতিসম।
- একটি রেখা যা একটি সমতল চিত্রকে দুটি অংশে বিভক্ত করে যা সেই রেখা বরাবর ভাঁজ করার সময় ঠিক ওভারল্যাপ হয় তাকে প্রতিসাম্য রেখা বা চিত্রের প্রতিসাম্য অক্ষ বলা হয়।
- একটি চিত্রের একাধিক প্রতিসাম্য রেখা থাকতে পারে।
- কখনও কখনও একটি চিত্র ঠিক একই রকম দেখায় যখন এটি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে একটি কোণ দ্বারা ঘোরানো হয়। এই ধরনের কোণকে চিত্রের প্রতিসাম্য কোণ বলা হয়। ০ এবং ৩৬০ ডিগ্রির মধ্যে কঠোরভাবে প্রতিসাম্য কোণ রয়েছে এমন একটি চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য রয়েছে বলে বলা হয়। চিত্রের যে বিন্দুতে ঘূর্ণন ঘটে তাকে ঘূর্ণনের কেন্দ্র বলা হয়।
- একটি চিত্রের প্রতিসাম্যের একাধিক কোণ থাকতে পারে।
- কিছু পরিসংখ্যানের প্রতিসাম্যের একটি রেখা থাকতে পারে তবে প্রতিসাম্যের কোনও কোণ থাকতে পারে না, আবার অন্যদের প্রতিসাম্যের কোণ থাকতে পারে তবে প্রতিসাম্যের কোনও রেখা নেই। কিছু পরিসংখ্যানে প্রতিসাম্যের উভয় লাইনের পাশাপাশি প্রতিসাম্যের কোণ থাকতে পারে।