

ভগ্নাংশ



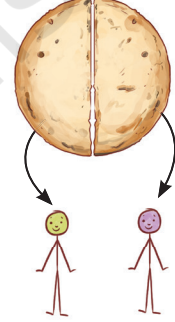
0674CH07

মনে রাখবে যে যখন কিছু পূর্ণ সংখ্যক জিনিস কিছু সংখ্যক লোকের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়, তখন ভগ্নাংশগুলি আমাদের বলে দেয় যে প্রতিটি ভাগের পরিমাণ কত।

শবনম: তোমার কি মনে আছে, যদি একটা রুটি দুই শিশুর মধ্যে সমানভাবে বিভক্ত করা হয়, কতটুকু রুটি প্রতিটি শিশু পাবে?

মুক্তা: প্রতিটি শিশু অর্ধেক রুটি পাবে।

শবনম: ভগ্নাংশ 'এক অর্ধেক' হিসাবে লেখা হয় $\frac{1}{2}$ এটাও আমরা অনেক সময় 'দুইভাগের একভাগ' বলে থাকি।

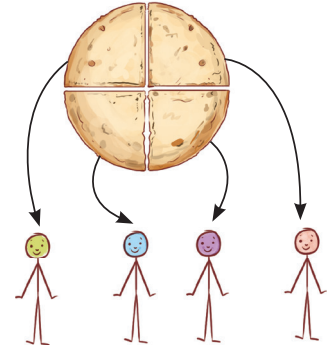


মুক্তা: যদি এক রুটি ৪ শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়, কটা রুটি একটা শিশু পাবে?

শবনম: প্রতিটি শিশু ভাগের পরিমাণ $\frac{1}{4}$ রুটি.

মুক্তা: আর কোনটা বেশি $\frac{1}{2}$ রুটি বা $\frac{1}{4}$ রুটি?

শবনম: যখন ২জন শিশু ১টি রুটি সমানভাবে ভাগ করে, তখন প্রতিটি শিশু সমানভাবে $\frac{1}{2}$ রুটি পাবে। যখন ৪ জন শিশু ১টি রুটি সমানভাবে ভাগ করে তখন প্রতিটি শিশু $\frac{1}{4}$ রুটি পাবে। যেহেতু, দ্বিতীয় দলে আরও বেশি শিশুরা একই রুটি সমানভাবে ভাগ করে নেয় তাই



প্রতিটি শিশু অল্প ভাগ পায়। তাই $\frac{1}{2}$ রুটি $\frac{1}{8}$ রুটির চেয়ে বেশি।

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{8}$$

- ৭.১ ভগ্নাংশ একক এবং সমান ভাগ

বেনি: কোন ভগ্নাংশটি বেশি- $\frac{1}{2}$ বা $\frac{1}{8}$?

আরভিন: ৯ হল ৫-এর চেয়ে বড়ো। সুতরাং আমি অনুমান করতে পারি যে $\frac{1}{8}$ -এর চেয়ে বেশি $\frac{1}{2}$ । আমি কি ঠিক?

বেনি: না! এটি হল একটি সাধারণ ভুল। এই ভগ্নাংশগুলিকে ভাগ করা হিসাবে ভাবো।

আরভিন: যদি একটি রুটি ৫জন শিশুর মধ্যে ভাগ করা হয়, প্রত্যেকে $\frac{1}{5}$ ভাগ রুটি পায়। যদি একটি রুটি ৯ জন শিশুর মধ্যে ভাগ করে দেওয়া হয়, প্রত্যেকে $\frac{1}{9}$ রুটি ভাগ পাবে?

বেনি: একদম ঠিক! এখন আবার ভেবে দেখো- কোন ভাগটি বেশি?

আরভিন: আমি যদি বেশি মানুষের সাথে ভাগ করি, তাহলে আমি কম পাবো। তাই $\frac{1}{9} < \frac{1}{5}$ ।

বেনি: তুমি পেয়েছো!

ও আচ্ছা, তাই $\frac{1}{100}$ এর চেয়ে বড় $\frac{1}{200}$!

যখন একটি এককে কয়েকটি সমান অংশে বিভক্ত করা হয়, তখন প্রতিটি অংশকে ভগ্নাংশ একক বলা হয়। এগুলি সমস্ত ভগ্নাংশ একক:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots, \frac{1}{10}, \dots, \frac{1}{50}, \dots, \frac{1}{100}$ ইত্যাদি।

আমরা কখনও কখনও ভগ্নাংশকে 'একক ভগ্নাংশ' হিসাবেও উল্লেখ করি।

☀ এটি সমাধান করো

ভগ্নাংশ দিয়ে শূন্যস্থান পূরণ করো।

১. তিনটি পেয়ারার একসঙ্গে ওজন ১ কেজি। যদি মোটামুটি তারা একই আকারের হয় তবে প্রতিটি পেয়ারার ওজন মোটামুটি ___ কেজি হবে।

২. একজন পাইকারি ব্যবসায়ী ১ কেজি চাল চারটি সমান ওজনের প্যাকেটে ভরলেন। প্রতিটি প্যাকেটের ওজন ___ কেজি।

৩. চার বন্ধু ৩ গ্লাস আখের রস অর্ডার করলো এবং নিজেদের মধ্যে

সমানভাবে ভাগ করে নিল। প্রত্যেকে _ গ্লাস করে আখের রস পান করলো।



৪. একটি বড় মাছের ওজন $\frac{3}{4}$ কেজি। ছোটো মাছটির ওজন $\frac{1}{8}$ কেজি।
একত্রে এগুলোর ওজন ___ কেজি।

অতীতের জ্ঞান!

প্রাচীনকাল থেকেই ভারতে ভগ্নাংশ-এর ব্যবহার এবং নামকরণও করা হয়েছে। ঋগ্বেদে, $\frac{1}{8}$ ভগ্নাংশকে ত্রি-পদ হিসাবে উল্লেখ করা হয়। এর অর্থ আজকের অনেক ভারতীয় ভাষায় $\frac{1}{8}$ শব্দের মতোই, প্রচলিত হিন্দিতে 'তিন পাব' এবং তামিল ভাষায় 'মুক্কাল'। বর্তমানে অনেক ভারতীয় ভাষায় ব্যবহৃত ভগ্নাংশের শব্দগুলি প্রাচীন সময় থেকে চলে আসছে।

তোমার বাড়ি, শহর বা রাজ্যে প্রচলিত বিভিন্ন ভাষায় ভগ্নাংশের জন্য ব্যবহৃত শব্দগুলি খুঁজে বের করো এবং আলোচনা করো। তোমার ঠাকুরদা-ঠাকুরমার, বাবা, মা, শিক্ষক এবং সহপাঠীদের জিজ্ঞাসা করো যে তারা বিভিন্ন ভগ্নাংশের জন্য কী শব্দ ব্যবহার করে, যেমন দেড়, তিন চতুর্থাংশ, এক চতুর্থাংশ, অর্ধেক, চতুর্থাংশ এবং আড়াই, এবং সেগুলি এখানে লেখো:

৫. নীচের খালি বাক্সে এই ভগ্নাংশ শব্দগুলি ক্ষুদ্রতম থেকে বৃহত্তম পর্যন্ত আকারের ক্রমে সাজাও:

এক এবং অর্ধেক, তিন চতুর্থাংশ, এক এবং এক চতুর্থাংশ, অর্ধেক, চতুর্থাংশ, দুই এবং অর্ধেক।

এখানে তোমার উত্তর লেখো

-৭.২ একটি সম্পূর্ণ অংশের ভগ্নাংশ একক

ছবিতে একটি সম্পূর্ণ চিক্কি(একটি মিষ্টি খাবার) দেখা যাচ্ছে।

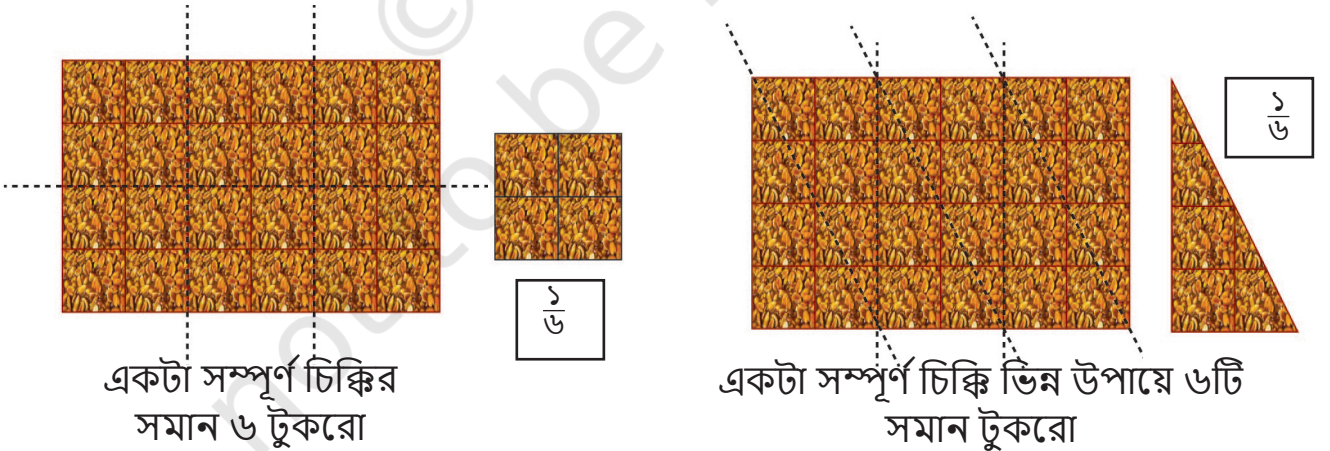


একটা সম্পূর্ণ চিক্কি

একটি ছবিতে চিক্কিটিকে ২ টুকরোয় ভাঙা দেখানো হয়েছে। প্রতিটি মূল চিক্কির পরিমাণ কত?



আমরা দেখতে পাচ্ছি যে বড় টুকরাটিতে $\frac{3}{8}$ চিক্কি এর মধ্যে ৩ টুকরো আছে। সুতরাং, আমরা $\frac{3}{8}$ ভগ্নাংশ একক ব্যবহার করে বড় টুকরোটি পরিমাপ করতে পারি। আমরা দেখতে পাচ্ছি যে বড় টুকরাটির পরিমাণ $\frac{3}{8}$ চিক্কি।



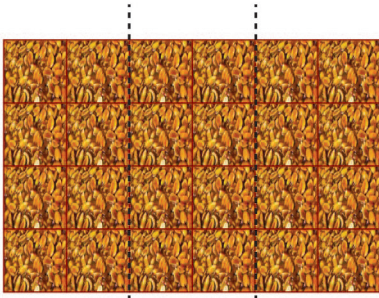
একটা সম্পূর্ণ চিক্কির সমান ৬ টুকরো

একটা সম্পূর্ণ চিক্কি ভিন্ন উপায়ে ৬টি সমান টুকরো

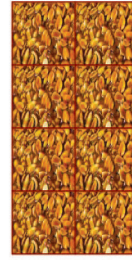
☀️ একটি সম্পূর্ণ চিক্কিকে বিভিন্নভাবে ৬টি সমান অংশে ভাগ করে আমরা বিভিন্ন আকারের $\frac{1}{6}$ চিক্কির টুকরো পাই। তারা কি একই আকারের?



নিচে চিক্কির ভগ্নাংশ একক কি দেখানো হয়েছে?



একটা সম্পূর্ণ চিক্কি


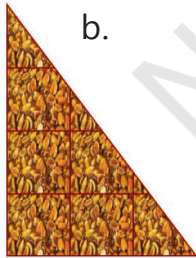

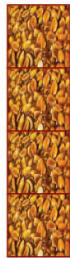
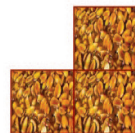
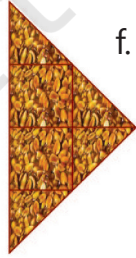




$$\frac{1}{9}$$

আমরা চিক্কিকে 3 টি সমান টুকরো করে ভেঙে এই টুকরোটি পাই। সুতরাং এই হল $\frac{1}{3}$ চিক্কি.

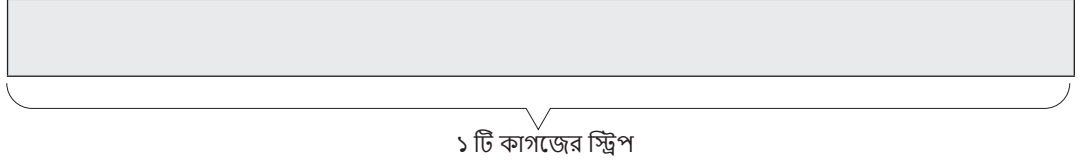
 এটি সমাধান করো

নীচের পরিসংখ্যানগুলি একটি সম্পূর্ণ চিক্কির বিভিন্ন ভগ্নাংশ একক দেখায়। সম্পূর্ণ চিক্কির একেকটা কত টুকরো?

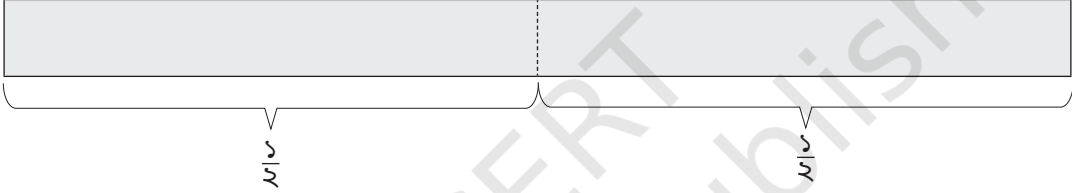
a.	b.	c.	d.
			
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
e.	f.	g.	h.
			
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- ৭.৩ ভগ্নাংশের একক ব্যবহার করে পরিমাপ করা হচ্ছে

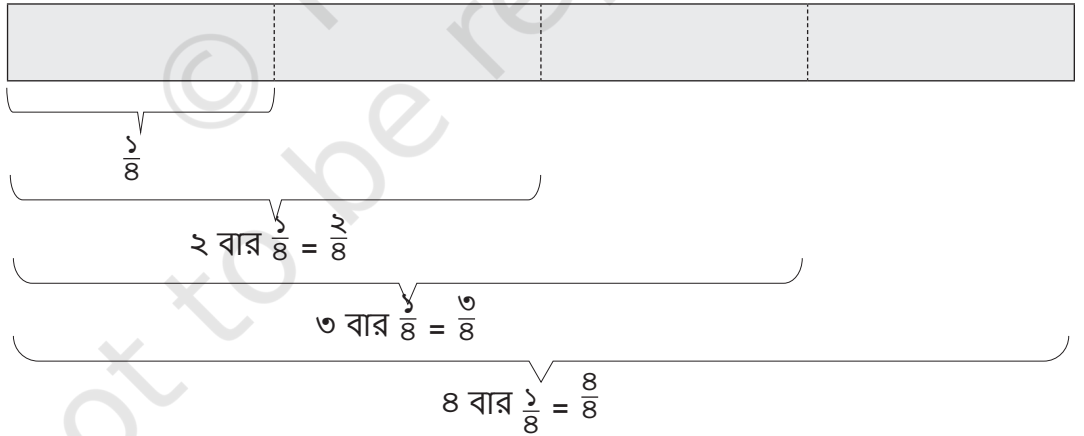
কাগজের একটি স্ট্রিপ নাও। আমরা এই কাগজের স্ট্রিপটিকে এক একক দীর্ঘ বলে মনে করি।



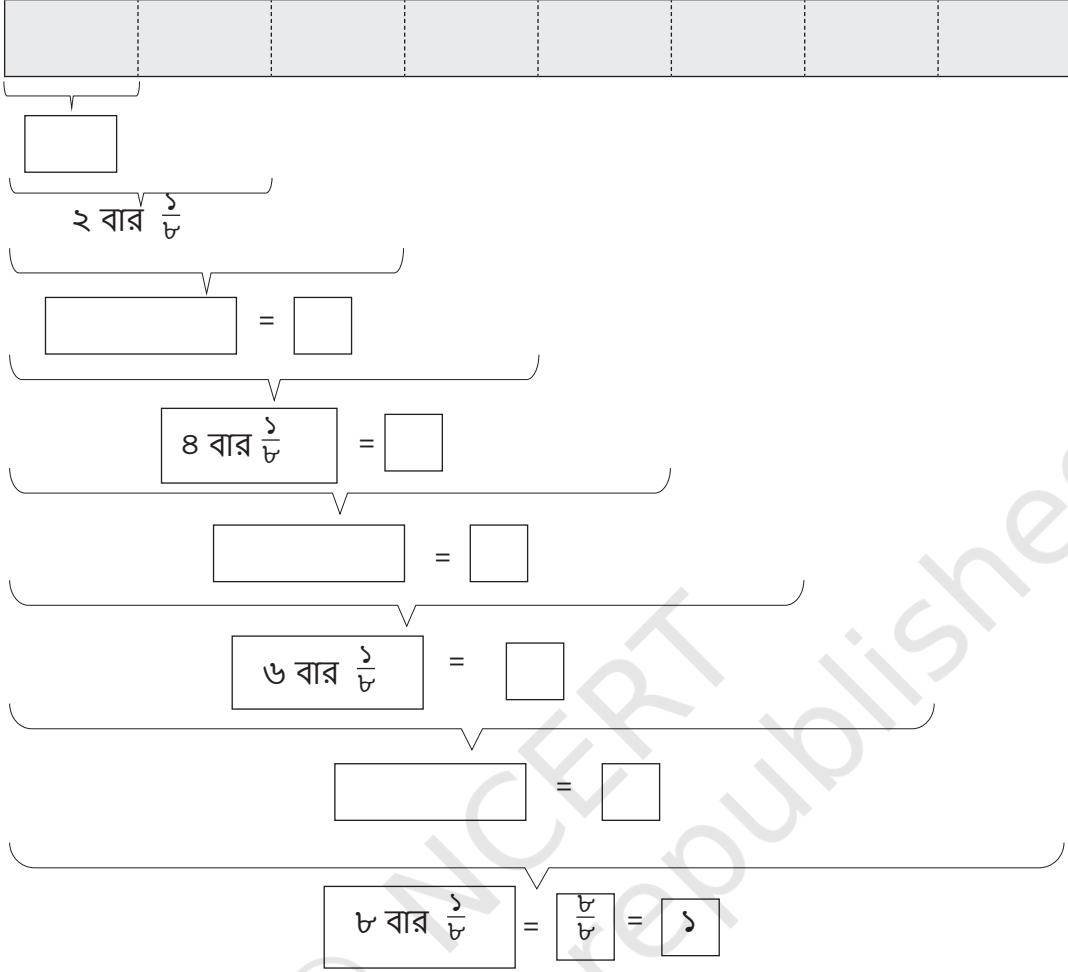
স্ট্রিপটি দুটি সমান অংশে ভাঁজ করো এবং তারপরে আবার স্ট্রিপটি খোলো। স্ট্রিপটির দৈর্ঘ্য এক একক হিসাবে ধরে নিলে, ভাঁজ করে তৈরি স্ট্রিপের দুটি নতুন অংশের দৈর্ঘ্য কত?



তুমি যদি পূর্ব-ভাঁজ করা স্ট্রিপটি আবার দুটি সমান অংশে ভাঁজ করো তবে তুমি কী পাবে? এখন তুমি চারটি সমান অংশ পাবে।









আর একবার করো! ফাঁকা বাক্সগুলি পূরণ করো।



ভগ্নাংশের একক ব্যবহার করে পরিমাপ করা যেতে পারে।

এসো আমরা আরেকটি উদাহরণ দেখি,

 একটি সম্পূর্ণ ক্রটিকে (পূর্ণ) প্রতিনিধিত্ব করে

				
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
= ১ গুণ অর্ধেক	= ২ গুণ অর্ধেক	= ৩ গুণ অর্ধেক	= ৪ গুণ অর্ধেক	= ৫ গুণ অর্ধেক

ভগ্নাংশ এককগুলিকে একত্রিত করে আমরা পরিমাণটি কত তা বর্ণনা করতে পারি।

☀ এটি সমাধান করো

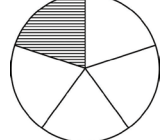
১. এই $\frac{1}{2}$ এর সারণী আরও ২ ধাপ চলমান করো।
২. তুমি $\frac{1}{8}$ -এর জন্য একটি অনুরূপ সারণী তৈরি করতে পারো ?
৩. একটি কাগজের স্ট্রিপ ব্যবহার করো $\frac{1}{3}$ তৈরি করো। তুমি $\frac{1}{6}$ করতে এটি ব্যবহার করতে পারো?
৪. একটি ছবি আঁকো এবং দেখানোর জন্য উপরের মতো একটি অতিরিক্ত বিবৃতি লেখো:
ক. ৫ বার $\frac{1}{8}$ এর একটি রুটি খ. ৯ বার $\frac{1}{8}$ এর একটি রুটি
৫. সঠিক ছবির সাথে প্রতিটি ভগ্নাংশ ইউনিট মিলিয়ে নিন:

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{6}$



ভগ্নাংশ পড়া

আমরা সাধারণত $\frac{1}{8}$ ভগ্নাংশটিকে পড়ি 'তিন চতুর্থাংশ' বা 'তিন বাই চার' হিসাবে পড়ি, তবে এটিকে '৩ বার $\frac{1}{8}$ ' হিসাবে পড়লে ভগ্নাংশের আকার বুঝতে সুবিধা হয় কারণ এটি স্পষ্টভাবে দেখায় যে ভগ্নাংশ এককটি কী ($\frac{1}{8}$) এবং এরকম কতগুলো ভগ্নাংশ একক (৩) আছে।

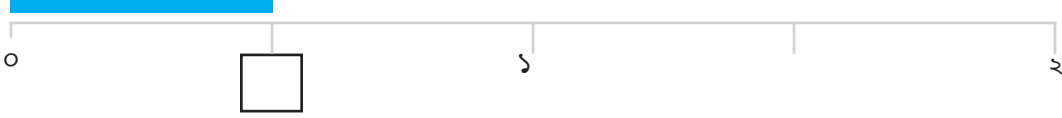
ভগ্নাংশের শীর্ষ সংখ্যা এবং নীচের সংখ্যাকে আমরা কী বলি তা মনে করো। ভগ্নাংশে $\frac{1}{6}$, -এ ৫ হল লব এবং ৬ হল হর।

শিক্ষকের দৃষ্টব্য

শিশুদের বৃত্ত, বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, ত্রিভুজ ইত্যাদির মতো বিভিন্ন আকারের ভগ্নাংশ এককগুলির ধারণাটি খুঁজে বের করার জন্য বেশ কয়েকটি সুযোগ দাও।

৭.৪ সংখ্যা রেখায় ভগ্নাংশের দৈর্ঘ্য চিহ্নিত করা

আমরা সংখ্যার রেখায় ১, ২, ৩, ... এককের সমান দৈর্ঘ্য চিহ্নিত করেছি। এখন, চলো সংখ্যার রেখায় ভগ্নাংশের সমান দৈর্ঘ্য চিহ্নিত করার চেষ্টা করি। নীল রেখার দৈর্ঘ্য কত? নীল রেখার দৈর্ঘ্য প্রকাশকারী ভগ্নাংশটি বাক্সে লেখো।



০ এবং ১ এর মধ্যে দূরত্ব এক একক দীর্ঘ। এটি দুটি সমান অংশে বিভক্ত। সুতরাং, প্রতিটি অংশের দৈর্ঘ্য $\frac{1}{2}$ ইউনিট। সুতরাং, এই নীল রেখাটি হল $\frac{1}{2}$ একক দীর্ঘ।

☀ এখন, তুমি কি প্রদর্শিত বিভিন্ন নীল রেখার দৈর্ঘ্য খুঁজে পেতে পারো? বাক্সগুলি পূরণ করো।

১.এখানে, ভগ্নাংশ এককটি হল ১ একক দৈর্ঘ্যের একটি রেখাকে তিনটি সমান অংশে ভাগ করা। নীল রেখার দৈর্ঘ্য কত তা বাক্সে বা তোমার খাতায় ভগ্নাংশে লেখো।



২.এখানে, একটি একককে ৫টি সমান ভাগে বিভক্ত করা হয়েছে। নীল রেখাগুলির দৈর্ঘ্য নির্দেশকারী ভগ্নাংশটি সংশ্লিষ্ট বাক্সে বা তোমার খাতায় লেখো।



৩.এখন, একটি একককে ৮টি সমান ভাগে বিভক্ত করা হয়েছে। তোমার খাতায় উপযুক্ত ভগ্নাংশগুলি লেখো।

☀ এটি সমাধান করো

১. একটি সংখ্যা রেখায়, দৈর্ঘ্যের রেখা আঁকো $\frac{1}{10}$, $\frac{7}{10}$ এবং $\frac{8}{5}$.

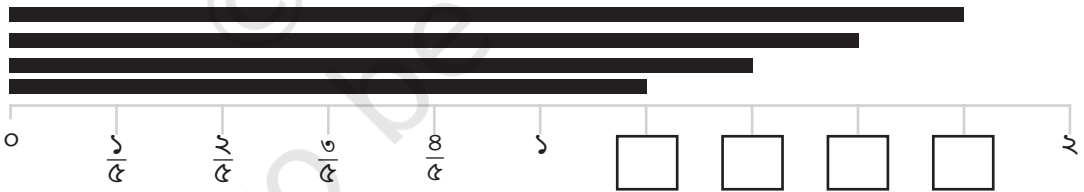
২. তোমার পছন্দের আরও পাঁচটি ভগ্নাংশ লেখো এবং তাদের সংখ্যা লাইনে চিহ্নিত করো।

৩. ০ এবং ১-এর মধ্যে কয়টি ভগ্নাংশ থাকে? চিন্তা করো, তোমার সহপাঠীদের সাথে আলোচনা করো এবং তোমার উত্তর লেখো।

৪. নীচে প্রদর্শিত নীল রেখা এবং কালো রেখার দৈর্ঘ্য কত? ০ এবং ১-এর মধ্যে দূরত্ব ১ একক দীর্ঘ, এবং এটি দুটি সমান অংশে বিভক্ত। প্রতিটি অংশের দৈর্ঘ্য হল $\frac{1}{2}$. তাই নীল রেখা $\frac{1}{2}$ এককটি দীর্ঘ। যে ভগ্নাংশটি বাক্সে কালো রেখার দৈর্ঘ্য দেয় তা লেখো।



৫. সংশ্লিষ্ট বাক্সে কালো রেখার দৈর্ঘ্য দেয় এমন ভগ্নাংশটি লিখুন।



শিক্ষকের দৃষ্টব্য

বোর্ডে এই লাইনগুলি আঁকুন এবং শিক্ষার্থীদের তাদের নোটবুকে উত্তরগুলি লিখতে বলুন।

গণিত
চর্চা

৭.৫ মিশ্র ভগ্নাংশ

একটির চেয়ে বড় ভগ্নাংশ

তুমি আগে সংখ্যা রেখায় কিছু ভগ্নাংশ চিহ্নিত করেছিলে। তুমি কি লক্ষ্য করেছো যে সমস্ত নীল রেখার দৈর্ঘ্য একের চেয়ে কম এবং সমস্ত কালো রেখার দৈর্ঘ্য ১-এর বেশি ছিল?

সংখ্যা রেখায় তুমি আগে যেসব ভগ্নাংশ চিহ্নিত করেছিলে সেগুলি লেখো। এখন, এসো আমরা এগুলিকে দুটি দলে শ্রেণিবদ্ধ করি:

দৈর্ঘ্য ১ এককের চেয়ে কম	দৈর্ঘ্য ১ এককের চেয়ে বেশি

☀ তুমি কি লক্ষ্য করেছো যে ১-এর চেয়ে বড় ভগ্নাংশগুলির মধ্যে একটি সাধারণ মিল রয়েছে?

১ এককের চেয়ে কম এমন সব ভগ্নাংশে, লব হর থেকে ছোট হয়, আর ১ এককের চেয়ে বেশি ভগ্নাংশে, লব হর থেকে বড় হয়। আমরা জানি যে $\frac{৩}{২}$, $\frac{৫}{২}$ এবং $\frac{৭}{২}$ সমস্ত ১ এককের চেয়ে বড়ো। কিন্তু আমরা কি দেখতে পাচ্ছি যে তাদের কতগুলি সম্পূর্ণ একক রয়েছে?

$$\frac{৩}{২} = \frac{১}{২} + \frac{১}{২} + \frac{১}{২} = ১ + \frac{১}{২}$$

$$\frac{৫}{২} = \frac{১}{২} + \frac{১}{২} + \frac{১}{২} + \frac{১}{২} + \frac{১}{২} = ২ + \frac{১}{২}$$

আমি জানি $\frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} = \frac{৩}{৩} = ১$ আমি যদি আরও একটি যোগ করি $\frac{১}{৩}$, আমি ১ একক বেশি পাবো! তাই $\frac{৪}{৩} > ১$





☀ এটি সমাধান করো

১. $\frac{4}{5}$ কতগুলি সম্পূর্ণ একক রয়েছে ?

২. $\frac{8}{3}$ এবং $\frac{4}{3}$ -এর মধ্যে কতগুলি সম্পূর্ণ একক রয়েছে ?

মিশ্র সংখ্যা হিসাবে একের চেয়ে বড় ভগ্নাংশ লেখা

আমরা দেখেছি যে: $\frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5}$.

আমরা অন্যান্য ভগ্নাংশকেও একইভাবে লিখতে পারি। উদাহরণস্বরূপ

$$\frac{8}{3} = \underbrace{\frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3}} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}$$

$$3 \times \frac{1}{3} = 1$$

☀ এটি সমাধান করো

১. নিম্নলিখিত প্রতিটি ভগ্নাংশে পুরো এককের সংখ্যা বের করো:

ক. $\frac{7}{3}$

খ. $\frac{11}{5}$

গ. $\frac{8}{3}$

আমরা ওটা দেখেছি

$$\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$$

ভগ্নাংশ মিশ্র সংখ্যা

তাই এই সংখ্যাকে 'দুই এবং দুই তৃতীয়াংশ'ও বলা হয়। আমরা $2\frac{1}{3}$ হিসেবে লিখি।

২. এর চেয়ে বড় সব ভগ্নাংশকে কি এরকম মিশ্র সংখ্যা হিসেবে লেখা যায়?

একটি মিশ্র সংখ্যা বা মিশ্র ভগ্নাংশে একটি পূর্ণ সংখ্যা (যাকে পূর্ণ অংশ বলা হয়) এবং ১ এর চেয়ে ছোট একটি ভগ্নাংশ (যাকে ভগ্নাংশ অংশ বলা হয়) থাকে।

৩. নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলি মিশ্র ভগ্নাংশ হিসাবে লেখো (উদাঃ, $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$):

ক. $\frac{9}{2}$

খ. $\frac{9}{5}$

গ. $\frac{21}{18}$

ঘ. $\frac{89}{8}$

ঙ. $\frac{12}{11}$

চ. $\frac{19}{6}$

আমরা কি একটি মিশ্র সংখ্যা (মিশ্র ভগ্নাংশ) কে একটি সাধারণ ভগ্নাংশ হিসাবে লিখতে পারি?



হ্যাঁ! আমি একটি মিশ্র সংখ্যাকে একটি সাধারণ ভগ্নাংশ হিসাবে লেখার একটি উপায় বের করেছি।



জয়া: আমরা যখন $৩ + \frac{৩}{৪}$, এর অর্থ $১ + ১ + ১ + \frac{৩}{৪}$. আমি জানি

$$১ = \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪}.$$

তাই আমরা পাই

$$\left(\frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪}\right) + \left(\frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪}\right) + \left(\frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪}\right) + \left(\frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪}\right) = \frac{১৫}{৪}.$$

$$\text{অতএব, } (৪ \times \frac{১}{৪}) + (৪ \times \frac{১}{৪}) + (৪ \times \frac{১}{৪}) + (৩ \times \frac{১}{৪}) = \frac{১৫}{৪}.$$

☀ এটি সমাধান করো

নিম্নলিখিত মিশ্র সংখ্যাগুলিকে ভগ্নাংশ হিসাবে লেখো:-

ক. $৩ \frac{১}{৪}$

খ. $৭ \frac{২}{৬}$

গ. $৯ \frac{৪}{৯}$

ঙ. $৩ \frac{১}{৬}$

চ. $২ \frac{৩}{১১}$

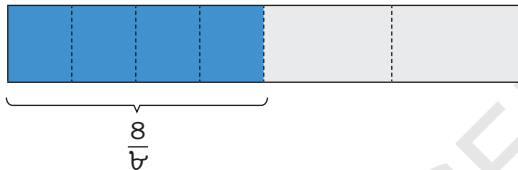
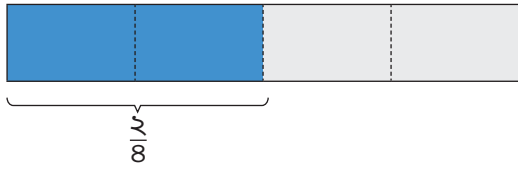
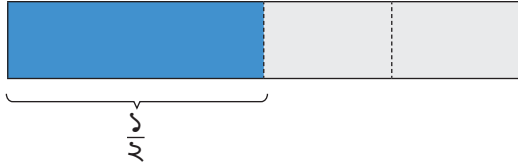
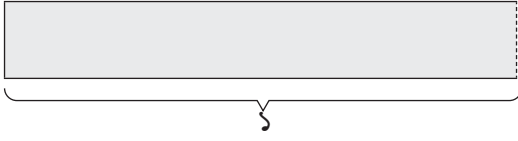
ছ. $৩ \frac{৪}{১০}$



- ৭.৬ সমতুল্য ভগ্নাংশ

ভগ্নাংশ প্রাচীর ব্যবহার করে সমান ভগ্নাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা!

পূর্ববর্তী অংশে, তুমি ভগ্নাংশের একক ব্যবহার করে বিভিন্ন ভগ্নাংশ উপস্থাপন করতে কাগজের ভাঁজ ব্যবহার করেছিলেন। এসো আমরা একই কাগজের স্ট্রিপগুলি দিয়ে আরও কিছু ক্রিয়াকলাপ করি।



তুমি কী লক্ষ্য করলে?

- $\frac{1}{2}$ এবং $\frac{2}{4}$ -এর দৈর্ঘ্য কি সমান?
- $\frac{2}{4}$ এবং $\frac{4}{8}$ -এর দৈর্ঘ্য কি সমান?

আমরা এটা বলতে পারি $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

এগুলি 'সমতুল্য ভগ্নাংশ' যা একই দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে, তবে এগুলি বিভিন্ন ভগ্নাংশ এককের পরিপ্রেক্ষিতে প্রকাশ করা হয়।

কাগজের স্ট্রিপ ব্যবহার করে $\frac{1}{2}$ এবং $\frac{2}{4}$ সমতুল্য ভগ্নাংশ কিনা তা, পরীক্ষা করো।

নীচের ছবিতে দেওয়া স্ট্রিপগুলি ব্যবহার করে তোমার নিজের ভগ্নাংশ প্রাচীর তৈরি করো! নীচের ছবিতে দেওয়া স্ট্রিপগুলি ব্যবহার করে তোমার নিজের ভগ্নাংশ প্রাচীর তৈরি করো!

☀️ ভগ্নাংশ প্রাচীর দেখার পরে নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:

১. $\frac{1}{2}$ এবং $\frac{3}{6}$ -এর দৈর্ঘ্য কি সমান?
২. $\frac{2}{3}$ এবং $\frac{4}{6}$ কি সমতুল্য ভগ্নাংশ? কেন?
৩. $\frac{1}{2}$ দৈর্ঘ্য তৈরি করতে $\frac{1}{4}$ দৈর্ঘ্যের কয়টি টুকরা লাগবে?
৪. দৈর্ঘ্য $\frac{1}{2}$ -এর কতটি অংশ মিলিয়ে $\frac{1}{2}$ দৈর্ঘ্য তৈরি হবে?



আমরা এই ধারণাটি প্রসারিত করে ভগ্নাংশ প্রাচীর $\frac{1}{10}$ ভগ্নাংশ একক পর্যন্ত তৈরি করতে পারি (এই ভগ্নাংশ প্রাচীরটি একটি বইয়ের শেষের দিকে দেওয়া হয়েছে)

১ একক											
$\frac{1}{2}$					$\frac{1}{2}$						
$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$		
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$	
$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$	
$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$	

☀ এটি সমাধান করো

১. $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{10}$ এইগুলো কি সমতুল্য ভগ্নাংশ? কেন?

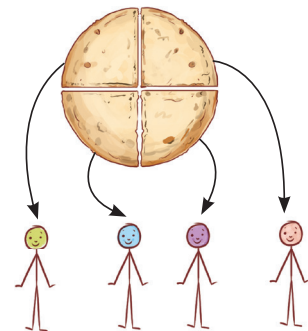
২. $\frac{2}{5}$ -এর জন্য দুটি সমতুল্য ভগ্নাংশ লেখো।

৩. $\frac{8}{10} = \boxed{\quad} = \boxed{\quad} = \boxed{\quad} = \dots\dots\dots$ (যত বেশি পারো লেখো)

সমান ভাগ ব্যবহার করে সমতুল্য ভগ্নাংশ বোঝা

এক রুটি চারজন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেওয়া হয়েছিল। প্রতিটি শিশু সমগ্র রুটির কত ভগ্নাংশ পেয়েছিল?

পাশের ছবিতে চারজন শিশুর মধ্যে রুটি ভাগ করে দেখানো হয়েছে। প্রতিটি শিশু রুটির $\frac{1}{4}$ অংশ পেয়েছে।



চারটি ভাগ অবশ্যই একে অপরের সমান হতে হবে!

তুমি এই ঘটনাটি বিভাজনের তথ্য, সংযোজন তথ্য এবং গুণের তথ্যের মাধ্যমেও এই ঘটনাটি প্রকাশ করতে পারে।

$$\text{এই বিভাজন মান } 1 \div 8 = \frac{1}{8}.$$

$$\text{যোগফলের মানটি হল } 1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}.$$

$$\text{গুণের মানটি হল } 1 = 8 \times \frac{1}{8}.$$

☀ এটি সমাধান করো

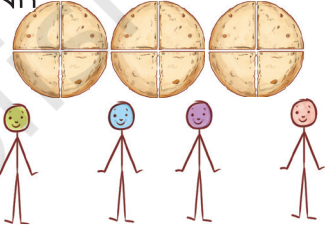
১. চারটি শিশু তিনটি রুটি সমানভাবে ভাগ করে নেয়। ছবিতে বিভাগটি দেখাও এবং প্রতিটি শিশু কত পায় তার একটি ভগ্নাংশ লেখো। এছাড়াও, সংশ্লিষ্ট বিভাজনের তথ্য, যোগের তথ্য এবং গুণের তথ্য লেখো।

প্রতিটি শিশু যে রুটি পায় তার ভগ্নাংশ হল _____।

বিভাজন তথ্য:

সংযোজন তথ্য:

গুণ তথ্য:



তোমার সহপাঠীদের সাথে তোমার ছবি এবং উত্তরগুলি তুলনা করো!

২. একটি ছবি আঁকো, যাতে দেখা যায় যে ২টি রুটি ৪ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করলে প্রতিটি শিশু কতটুকু পায়। এছাড়াও, সংশ্লিষ্ট ভাগের সত্য, যোগের সত্য এবং গুণের সত্যতা লেখো।

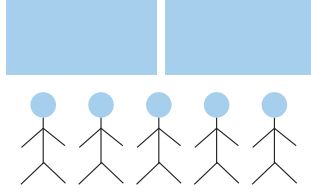
৩. অনিল এমন একটি দলে ছিল যেখানে পাঁচটি শিশুর মধ্যে দুটি কেক সমানভাবে ভাগ করা হয়েছিল। অনিল কতটা কেক পাবে?

এখন যদি আমার দলে ১০জন শিশু থাকে, তবে তাদের অনিলের সমান পরিমাণ কেক দেওয়ার জন্য কতটা কেক লাগবে?

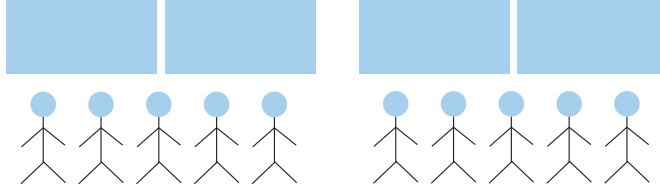
আমরা যদি এরকম দুটো দলকে একত্রিত করি? একটি দলে যেখানে ২টি কেক ৫ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়, এবং আরেকটি দলে যেখানে ৪টি কেক ১০ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়।



১ম দল



২য় দল



সুতরাং, এই দুটি পরিস্থিতিতে প্রতিটি শিশুর ভাগ একই!



তাই $\frac{2}{4} = \frac{8}{10}$!

এসো আমরা নিম্নলিখিত পরিস্থিতিতে প্রতিটি শিশুর ভাগ পরীক্ষা করি।

- ১টি রুটি ২জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়।
- ২টি রুটি ৪ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়।
- ৩টি রুটি ৬ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়।

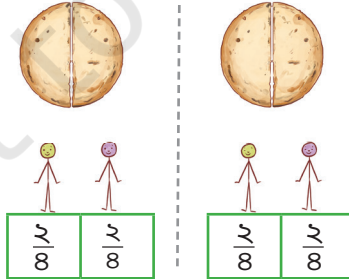
এসো আমরা আঁকি এবং আলোচনা করি!

তুমি কি লক্ষ্য করেছো যে প্রতিটি পরিস্থিতিতে প্রতিটি সন্তানের অংশ সমান? সুতরাং, আমরা এটি বলতে পারি $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$.

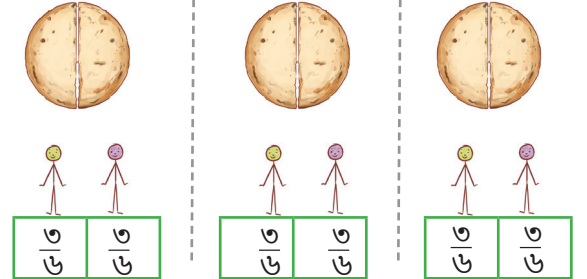
১ টি রুটি ২ জনের মধ্যে সমানভাবে বিভক্ত করা হয়



২ টি রুটি ৪ জনের মধ্যে সমানভাবে বিভক্ত করা হয়



৩ টি রুটি ৬ জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়



যে ভগ্নাংশগুলিতে ভাগগুলি সমান হয় তাদের বলা হয় 'সমতুল্য ভগ্নাংশ'।

তাই $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{8}$ এবং $\frac{3}{6}$ সব হয় সমতুল্য ভগ্নাংশ.

এর সমতুল্য আরও কিছু ভগ্নাংশ খুঁজে দেখো $\frac{1}{2}$. সেগুলি এখানের বাক্স

লেখো:

নীচে প্রদর্শিত পরিস্থিতিতে রুটিগুলিকে সমানভাবে ভাগ করো এবং প্রতিটি শিশুরা যা ভাগ পায় তা লেখো। এই প্রতিটি ক্ষেত্রে ভাগ কি একই? কেন?

২টি রুটি ৩জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়েছে



$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$

৪টি রুটি ৬জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়েছে



৬টি রুটি ৯জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়েছে



$\frac{2}{3}$ কে $\frac{8}{6}$ -এর সহজ রূপ বলা হয়। এটি $\frac{4}{3}$ -এর সহজতম রূপ।

☀ এটি সমাধান করো

তুমি কি এই ভগ্নাংশের প্রত্যেকটিতে সংখ্যা এবং হরের মধ্যে সম্পর্ক সম্পর্কে কিছু লক্ষ্য করেছো?



অনুপস্থিত সংখ্যাগুলি খুঁজে বের করো:

ক. ৫ গ্লাস রস ৪ জন বন্ধুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা _____ গ্লাস জুস
৪ জন বন্ধুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়।

তাই $\frac{5}{8} = \frac{\square}{8}$.

খ. ৪ কেজি আলু ৩ টি ব্যাগে সমানভাবে বিভক্ত ১২ কেজি আলু
ব্যাগে সমানভাবে বিভক্ত।

তাই $\frac{8}{3} = \frac{12}{\square}$

গণিত
চর্চা

গ. ৭টি রুটি ৫ জন শিশুর মধ্যে ভাগ করা একই যা ___ রুটি ভাগ ___ জন শিশুদের মধ্যে ভাগ করার সময়।

$$\text{তাই } \frac{৭}{৫} = \frac{\square}{\square}.$$

☀️ কোন দলে প্রতিটি শিশু চিক্কি বেশি পাবে?

১টি চিক্কি ২জন শিশুর মধ্যে ভাগ করা বা ৫টি চিক্কি ৮ জন শিশুর মধ্যে ভাগ করা।

শবনম: সুতরাং $\frac{১}{২}$ এবং $\frac{৫}{৮}$ -এর মধ্যে তুলনা করতে হবে। এর মধ্যে কোনটা বেশি?

শবনম: আচ্ছা, আমরা দেখেছি যে $\frac{১}{২} = \frac{৪}{৮}$; এবং স্পষ্টতই $\frac{৪}{৮} < \frac{৫}{৮}$. সুতরাং, ৫

টি চিক্কি ৮ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হলে তারা সেই শিশুদের তুলনায় বেশি পাবে, যাদের জন্য ১টি চিক্কি ২ জনের মধ্যে ভাগ করা হয়েছে।

অর্থাৎ, দ্বিতীয় দলের শিশুরা প্রত্যেকে বেশি চিক্কি পাবে।

☀️ নিচের দলগুলোর ক্ষেত্রে কি হবে? কোন দলে প্রতিটি শিশু বেশি পাবে?

১টি চিক্কি ২জন শিশুর মধ্যে ভাগ করা বা ৪টি চিক্কি ৭জন শিশুর মধ্যে ভাগ করে দেওয়া হয়েছে।

শবনম: কোন দলের শিশুরা বেশি চিক্কি পাবে?

মুক্তা: আমাদের অবশ্যই তুলনা করতে হবে $\frac{১}{২}$ এবং $\frac{৪}{৭}$.

এখন

$$\frac{১ \times ৪}{২ \times ৭} = \frac{৪}{১৪} \text{ তাই } \frac{১}{২} = \frac{৪}{৮}.$$

শবনম: কিন্তু তুমি আবার কেন লব ও হরকে ৪ দিয়ে গুণ করলেন?

মুক্তা: তুমি দেখবে!

যখন ৪টি চিক্কি ৭টি শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হবে, তখন প্রত্যেকে পাবে $\frac{৪}{৭}$ চিক্কি. যখন ৪টি চিক্কি ৮জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা হয়, প্রত্যেকে পাবে $\frac{৪}{৮}$ চিক্কি. তাই $\frac{৪}{৭} > \frac{৪}{৮}$



যদি ভাগ করা এককের সংখ্যা একই থাকে, কিন্তু যাদের মধ্যে ভাগ করা হচ্ছে সেই শিশুদের সংখ্যা বেশি হয়, তাহলে প্রত্যেকের প্রাপ্ত অংশ কম হবে।



সেইজন্য $\frac{8}{4} > \frac{8}{8}$ এবং $\frac{8}{8} = \frac{1}{2}$ তাই $\frac{8}{4} > \frac{1}{2}$
এখন আমি বুঝতে পেরেছি কেন তুমি লব এবং হরকে ৪ দিয়ে গুণ করলে।



☀ ধরো শিশুদের সংখ্যা একই রাখা হয়, কিন্তু ভাগ করে নেওয়া এককের সংখ্যা বাড়ানো হয়? এখন প্রতিটি শিশুর ভাগ সম্পর্কে তুমি কী বলতে পারো? কেন? তোমার যুক্তি কীভাবে ব্যাখ্যা করে তা আলোচনা করো
 $\frac{1}{4} < \frac{2}{4}$, $\frac{3}{4} < \frac{8}{4}$ এবং $\frac{1}{2} < \frac{5}{4}$.

☀ এখন সিদ্ধান্ত নাও যে দুটি দলের মধ্যে কোনটিতে প্রতিটি শিশু একটি বৃহত্তর অংশ পাবে:

১. ১ম দল: ৩ গ্লাস আখের রস ৪ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে নাও।
২য় দল: ৭ গ্লাস আখের রস ১০ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে নাও।
২. ১ম দল: ৪ গ্লাস আখের রস ৭ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে নাও।
২য় দল: ৫ গ্লাস আখের রস ৭ জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে নাও।

গণিত
চর্চা

কোন দলগুলোর তুলনা করা সহজ ছিল? কেন?

শব্দনম: প্রথম দুটি দলের তুলনা করতে হলে আমাদের ভগ্নাংশের সমতুল্য ভগ্নাংশ খুঁজে বের করতে হবে
 $\frac{3}{8}$ এবং $\frac{4}{10}$.

মুক্তাঃ কেমন হবে $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ এবং $\frac{21}{30} = \frac{7}{10}$?

যখন শিশুদের সংখ্যা একই থাকে, তখন তুলনা করা সহজ হয়, তাই না?



শবনম: একটা শর্ত আছে। দুটি ভগ্নাংশের জন্য ব্যবহৃত ভগ্নাংশ একক একই হতে হবে! যেমন $\frac{2}{3}$ এবং $\frac{4}{6}$ উভয়ই একই ভগ্নাংশ একক $\frac{2}{3}$ ব্যবহার করে (অর্থাৎ, তাদের হর একই)। কিন্তু $\frac{4}{6}$ এবং $\frac{2}{3}$ একই ভগ্নাংশ একক ব্যবহার করে না (তাদের হর বিভিন্ন রয়েছে)।

মুক্তা: আচ্ছা, তাহলে সমতুল্য ভগ্নাংশ বানানো শুরু করা যাক:

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \frac{12}{32} = \frac{15}{40} \dots \text{ কিন্তু থামবো কবে?}$$

শবনম: বুঝেছি! আমরা $8 \times 10 = 80$ পর্যন্ত চলবে কিভাবে।

মুক্তা: তুমি দুই হরের গুণফল বলতে চাইছো?

তা ঠিক!

আমাদের আছে $\frac{3}{8}$ এবং $\frac{9}{20}$. দুটি হরের (8 এবং 20) গুণফল 80।

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \frac{12}{32} = \frac{15}{40} = \frac{18}{48} = \dots = \frac{24}{80} = \frac{30}{80}.$$

যতক্ষণ না আমরা হর 40 এ পৌঁছাই ততক্ষণ যাও।

$$\frac{9}{20} = \frac{18}{40} = \frac{21}{60} = \frac{24}{80}.$$

কিন্তু খেয়াল করে দেখো $\frac{15}{20}$ এবং $\frac{18}{20}$ একই হর ছিল!

হ্যাঁ! আমাদের কেবল প্রতিটি ভগ্নাংশের জন্য একই ভগ্নাংশ একক পেতে হবে।



শবনম: সুতরাং, $\frac{3}{8}$ এবং $\frac{9}{20}$ -এর সমতুল্য ভগ্নাংশ, যাদের একই ভগ্নাংশ একক

(একই হর) আছে সেগুলো হল $\frac{30}{80}$ এবং $\frac{24}{80}$ বা $\frac{15}{40}$ এবং $\frac{12}{40}$.

যেহেতু স্পষ্টতই $\frac{30}{80} > \frac{24}{80}$, তাই আমরা উপসংহারে আসতে পরি যে

$$\frac{3}{8} > \frac{9}{20}$$

☀️ প্রদত্ত ভগ্নাংশ জোড়ার জন্য সমতুল্য ভগ্নাংশগুলি খুঁজে বের করো যাতে এককগুলি একই হয়।

ক. $\frac{4}{2}$ এবং $\frac{7}{5}$

খ. $\frac{8}{6}$ এবং $\frac{5}{6}$

গ. $\frac{7}{8}$ এবং $\frac{7}{5}$

ঘ. $\frac{6}{4}$ এবং $\frac{8}{5}$

ঘ. $\frac{9}{8}$ এবং $\frac{5}{2}$

চ. $\frac{1}{10}$ এবং $\frac{2}{9}$

জ. $\frac{8}{6}$ এবং $\frac{11}{8}$

ঝ. $\frac{10}{6}$ এবং $\frac{1}{9}$

একটি ভগ্নাংশকে তার সর্বনিম্ন রূপে (অথবা তার সরলতম রূপে) প্রকাশ করা।

কোনো ভগ্নাংশে, যদি তার লব ও হরের মধ্যে ১ ছাড়া অন্য কোনো সাধারণ গুণনীয়ক না থাকে, তাহলে সেই ভগ্নাংশকে তার সর্বনিম্ন রূপ বা সরলতম রূপ বলা হয়। অন্য কথায়, একটি ভগ্নাংশকে তখনই সর্বনিম্ন পদে বলা হয় যদি এর লব এবং হর যতটা সম্ভব ছোটো হয়।

অন্য কথায়, কোনো ভগ্নাংশকে তখনই সর্বনিম্ন রূপে বলা হয়, যখন তার লব ও হর সম্ভবপর ছোটো হয়।

এসো দেখি, কীভাবে ভগ্নাংশকে তার সর্বনিম্ন পদে প্রকাশ করা যায়।

যেমন: ভগ্নাংশ হয় $\frac{16}{20}$ কি সর্বনিম্ন আছে? না, কারণ ১৬ এবং ২০-এর একটি সাধারণ গুণীয়ক হল ৪। এসো আমরা $\frac{16}{20}$ সর্বনিম্ন পদে হ্রাস করি।

আমরা জানি যে ১৬ (সংখ্যা) এবং ২০ (হর) উভয়ই ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

সুতরাং, $\frac{16 \div 4}{20 \div 4} = \frac{4}{5}$

এখন, ৪ এবং ৫এর মধ্যে কোনও সাধারণ গুণীয়ক নেই। তাই $\frac{16}{20}$ সর্বনিম্ন রূপ হল

$\frac{4}{5}$ । তাই $\frac{4}{5}$ -কে $\frac{16}{20}$ এর সরলতম রূপ বলা হয়,যেহেতু ৪ এবং ৫ এর মধ্যে ১ ছাড়া অন্য কোনও সাধারণ গুণীয়ক নেই।

যেকোনো ভগ্নাংশকে তার সর্বনিম্ন রূপে রূপান্তরিত করা যায়, যদি লব ও হর উভয়কে তাদের সর্বোচ্চ সাধারণ গুণনীয়ক দ্বারা ভাগ করা হয়।



একটি ভগ্নাংশকে ধাপে ধাপে সর্বনিম্ন পদে প্রকাশ করা যেতে পারে।

ধরা যাক, আমরা $\frac{৩৬}{৬০}$ -কে সর্বনিম্ন রূপে প্রকাশ করতে হবে। প্রথমত, আমরা লক্ষ্য

করি যে লব এবং হর উভয়ই জোড়সংখ্যা। সুতরাং, আমরা উভয়কে ২ দিয়ে ভাগ করি দেখো $\frac{৩৬}{৬০} = \frac{১৮}{৩০}$ ।

এরপর দেখি, ১৮ এবং ৩০ উভয়ই আবার জোড় সংখ্যা, তাই আবার ২ দিয়ে ভাগ করি, আমরা পাই $\frac{১৮}{৩০} = \frac{৯}{১৫}$ ।

আমরা এখন লক্ষ্য করি যে, ৯ এবং ১৫ উভয়ই ৩-এর গুণিতক, তাই আমরা উভয়কে ৩ দিয়ে ভাগ করি- $\frac{৯}{১৫} = \frac{৩}{৫}$ ।

এখন, ৩ এবং ৫ এর মধ্যে ১ ছাড়া অন্য কোনও সাধারণ গুণনীয়ক নেই, তাই এর সর্বনিম্ন রূপ হল $\frac{৩}{৫}$ অন্যভাবে চিন্তা করলে, আমরা লক্ষ্য করতে পারতাম যে $\frac{৩৬}{৬০}$ -এ

লব এবং হর উভয়ই ১২-এর গুণিতক: আমরা দেখতে পাই যে $৩৬ = ৩ \times ১২$ এবং $৬০ = ৫ \times ১২$ অতএব, আমরা এই সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে $\frac{৩৬}{৬০} = \frac{৩}{৫}$ । উভয় পদ্ধতি

কাজ করে এবং একই উত্তর দেবে! কিন্তু মাঝে মাঝে ধাপে ধাপে করা সহজ হতে পারে।

☀ এটি সমাধান করো

নিম্নোক্ত ভগ্নাংশগুলিকে সর্বনিম্ন রূপে প্রকাশ করো:

ক. $\frac{১৭}{৫১}$ খ. $\frac{৬৪}{১৪৪}$ গ. $\frac{১২৬}{১৪৭}$ ঘ. $\frac{৫২৫}{১১২}$

- ৭.৭ ভগ্নাংশের তুলনা করো

$\frac{৪}{৫}$ বা $\frac{৭}{৯}$ -এর মধ্যে কোনটি বড়ো? সরাসরি এই ধরনের দুটি ভগ্নাংশের তুলনা করা কঠিন হতে পারে। তবে, আমরা জানি কীভাবে দুটি ভগ্নাংশের সমতুল্য ভগ্নাংশ খুঁজে বের করতে হয়, যাতে তাদের হর একই হয়। এসো দেখি কীভাবে আমরা এটি ব্যবহার করতে পারি:

$$\frac{৪}{৫} = \frac{৪ \times ৯}{৫ \times ৯} = \frac{৩৬}{৪৫}$$

$$\frac{৭}{৯} = \frac{৭ \times ৫}{৯ \times ৫} = \frac{৩৫}{৪৫}$$

৪৫ হল ৫ এবং ৯ এর একটি সাধারণ গুণিতক, তাই আমরা ৪৫-কে একটি সাধারণ হর হিসাবে ব্যবহার করতে পারি।



স্পষ্টতই, $\frac{৩৬}{৪৫} > \frac{৩৫}{৪৫}$

তাই $\frac{৪}{৫} > \frac{৭}{৯}$!

এসো আমরা অন্য জোড়ার জন্য এটি চেষ্টা করি: $\frac{৭}{৯}$ এবং $\frac{১৭}{২১}$ ।

৬৩ হল ৯ এবং ২১-এর একটি সাধারণ গুণিতক। তাহলে আমরা লিখতে পারিঃ

$$\frac{৭}{৯} = \frac{৭ \times ৭}{৯ \times ৭} = \frac{৪৯}{৬৩}, \quad \frac{১৭}{২১} = \frac{১৭ \times ৩}{২১ \times ৩} = \frac{৫১}{৬৩}.$$

স্পষ্টতই, $\frac{৪৯}{৬৩} < \frac{৫১}{৬৩}$. . তাই $\frac{৭}{৯} < \frac{১৭}{২১}$!

এসো সংক্ষেপে বলি!

দুই বা ততোধিক প্রদত্ত ভগ্নাংশের আকারের তুলনা করার পদক্ষেপ:

ধাপ ১: প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলি সমতুল্য ভগ্নাংশে পরিবর্তন করো যাতে তারা সকলেই একই হর বা একই ভগ্নাংশের একক দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

ধাপ ২: এখন, সমান মানের ভগ্নাংশগুলির লব তুলনা করো, অর্থাৎ প্রতিটি ভগ্নাংশে থাকার ভগ্নাংশের এককের সংখ্যা তুলনা করো।

☀ এটি সমাধান করো

১. নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলি তুলনা করো এবং তোমার উত্তরগুলি ন্যায়সঙ্গত করো:

ক. $\frac{৮}{৩}, \frac{৫}{২}$

খ. $\frac{৪}{৯}, \frac{৩}{৭}$

গ. $\frac{৭}{১০}, \frac{৯}{১৪}$

ঘ. $\frac{১২}{৫}, \frac{৮}{৫}$

ঙ. $\frac{৯}{৪}, \frac{৫}{২}$

২. নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলি আরোহী ক্রমে লেখো।

ক. $\frac{৭}{১০}, \frac{১১}{১৫}, \frac{২}{৫}$

খ. $\frac{১৯}{২৪}, \frac{৫}{৬}, \frac{৭}{১২}$

৩. নিম্নোক্ত ভগ্নাংশগুলি অবরোহী ক্রমে লেখো।

ক. $\frac{২৫}{১৬}, \frac{৭}{৮}, \frac{১৩}{৪}, \frac{১৭}{৩২}$

খ. $\frac{৩}{৪}, \frac{১২}{৫}, \frac{৭}{১২}, \frac{৫}{৪}$

৭.৮ ভগ্নাংশের যোগ এবং বিয়োগ

মীনার বাবা কিছু চিক্কি বানিয়েছেন। মীনা এর মধ্যে $\frac{1}{2}$ এর ভাগ এবং তার ছোট ভাই এর মধ্যে $\frac{1}{8}$ ভাগ খেয়েছে। মোট চিক্কির কতটা মীনা আর তার ভাই একসাথে খেয়েছে?



আমরা এটির কল্পনা করে উত্তরটিতে পৌঁছাতে পারি। এসো এক টুকরো চিক্কি নেওয়া যাক আর এটাকে প্রথমে এইভাবে দুটো ভাগে ভাগ করি।

ছবিতে দেখানো হিসেবে মীনা এর মধ্যে $\frac{1}{2}$ ভাগ খেয়েছে।



এসো এখন দেখানো হিসাবে বাকি অর্ধেকটিকে আরও দুটি ভাগে ভাগ করি। এই প্রত্যেকটি টুকরো সমগ্র চিক্কির $\frac{1}{8}$ অংশ।

যেমন ছবিতে দেখানো হয়েছে মীনার ভাই সমগ্র চিক্কির $\frac{1}{8}$ অংশ খেয়েছে, মোট



চিক্কির $\frac{1}{2}$ (মীনা দ্বারা) এবং $\frac{1}{8}$

(তার ভাইয়ের দ্বারা) পরিমাণ খাওয়া হয়েছে।

মোট চিক্কি খাওয়া হয়েছে

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$$= 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

মোট কত চিক্কি অবশিষ্ট আছে?



মোট চিক্কি খাওয়া হয়েছে

একই ভগ্নাংশ একক বা হরের সাথে ভগ্নাংশ যুক্ত করা হয়েছে

যেমন: এর যোগফল বের করো $\frac{2}{5}$ এবং $\frac{1}{5}$

এসো আমরা আয়তক্ষেত্রাকার রেখাচিত্রমালা ব্যবহার করে উভয়কেই প্রতিনিধিত্ব করি। উভয় ভগ্নাংশে, ভগ্নাংশ একক একই $\frac{1}{5}$, সুতরাং, প্রতিটি রেখাচিত্র ৫টি সমান অংশে বিভক্ত করা হবে।

তাই $\frac{2}{5}$ -কে প্রতিনিধিত্ব করা হবে-



এবং $\frac{1}{5}$ এভাবে প্রতিনিধিত্ব করা হবে-



প্রদত্ত দুটি ভগ্নাংশ যুক্ত করা মানে হল মোট রঙ করা অংশগুলোর সংখ্যা বের করা, যেখানে প্রতিটি অংশ একই ভগ্নাংশের একক $\frac{1}{5}$ উপস্থাপন করে।

এক্ষেত্রে মোট রঙ করা অংশের সংখ্যা ৩। যেহেতু, প্রতিটি রঙ করা অংশ ভগ্নাংশের একক $\frac{1}{5}$ উপস্থাপন করে। তাই ৩টি রঙ করা অংশ একত্রে $\frac{3}{5}$ ভগ্নাংশ

প্রকাশ করে।

সুতরাং $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$?



যেমন: এর যোগফল বের করো $\frac{8}{4}$ এবং $\frac{6}{4}$

এসো আমরা আয়তক্ষেত্রাকার রেখাচিত্রের মডেল ব্যবহার করে আবার উভয়কে উপস্থাপন করি। এখানে উভয় ভগ্নাংশে, ভগ্নাংশ একক একই, অর্থাৎ, $\frac{1}{4}$, তাই

প্রতিটি রেখাচিত্র ৭টি সমান অংশে বিভক্ত করা হবে।

তারপর $\frac{8}{4}$ -কে এভাবে প্রতিনিধিত্ব করা হয়-



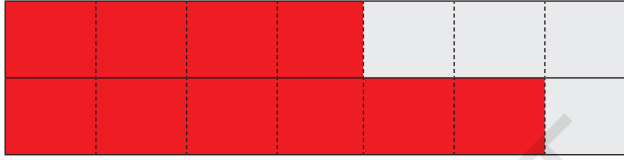
এবং $\frac{6}{9}$ -কে এভাবে প্রতিনিধিত্ব করা হবে-



এই ক্ষেত্রে, রঙ করা অংশগুলির মোট সংখ্যা ১০, এবং প্রতিটি রঙ করা অংশটি ভগ্নাংশ একক $\frac{1}{9}$ হিসেবে উপস্থাপন করে। সুতরাং, ১০ টি রঙ করা অংশগুলি একসাথে $\frac{10}{9}$ ভগ্নাংশকে

💡 একই ভগ্নাংশ এককের সাথে ভগ্নাংশ যুক্ত করার সময়, প্রতিটি ভগ্নাংশ থেকে কেবল ভগ্নাংশ এককের সংখ্যা যুক্ত করো।

উপস্থাপন করে যেমনটি এখানে দেখানো হয়েছে।



$$\begin{aligned} \text{সুতরাং } \frac{8}{9} + \frac{6}{9} &= \frac{10}{9} \\ &= 1 + \frac{1}{9} \\ &= 1\frac{1}{9} \end{aligned}$$



☀️ একটি সংখ্যা রেখা ব্যবহার করে যোগ করা $\frac{8}{9} + \frac{6}{9}$ । তুমিও কি একই উত্তর পাবে?

বিভিন্ন ভগ্নাংশ একক বা হরের সাথে ভগ্নাংশ যুক্ত করা হয়েছে

যেমন: $\frac{1}{8}$ এবং $\frac{1}{6}$ - এর যোগফল বের করো

বিভিন্ন ভগ্নাংশ এককের সাথে ভগ্নাংশ যুক্ত করতে, প্রথমে ভগ্নাংশগুলিকে একই হর বা ভগ্নাংশের একক সহ সমতুল্য ভগ্নাংশে রূপান্তর করো।

এক্ষেত্রে সাধারণ হরটি $৩ \times ৪ = ১২$ হতে পারে

অর্থাৎ, আমরা ভগ্নাংশ এককের সাথে সমতুল্য ভগ্নাংশ $\frac{১}{১২}$ খুঁজে পেতে পারি।

এসো আমরা প্রতিটি প্রদত্ত ভগ্নাংশের জন্য সমতুল্য ভগ্নাংশ লিখি।

$$\frac{১}{৪} = \frac{১ \times ৩}{৪ \times ৩} = \frac{৩}{১২} \quad \frac{১}{৬} = \frac{১ \times ৪}{৬ \times ৪} = \frac{৪}{১২}$$

এখন $\frac{৩}{১২}$ এবং $\frac{৪}{১২}$ একই ভগ্নাংশের একক, অর্থাৎ, $\frac{১}{১২}$ ।

$$\text{সুতরাং } \frac{১}{৪} + \frac{১}{৬} = \frac{৩}{১২} + \frac{৪}{১২} = \frac{৭}{১২}$$

সংযোজনের এই পদ্ধতি, যা যে কোনও সংখ্যক ভগ্নাংশ যোগ করার জন্য কাজ করে, সর্বপ্রথম সাধারণভাবে ব্রহ্মগুপ্ত ৬২৮ খ্রিস্টাব্দে স্পষ্টভাবে বর্ণনা করেছিলেন! ভগ্নাংশের বিকাশের ইতিহাস আমরা পরবর্তী অধ্যায়ে আরও বিস্তারিতভাবে বর্ণনা করবো। আপাতত, আমরা কেবল ভগ্নাংশ যোগ করার জন্য ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতির পদক্ষেপগুলি সংক্ষিপ্ত করি।

ভগ্নাংশ যোগ করার জন্য ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতি

১. সমতুল্য ভগ্নাংশগুলি সন্ধান করো যাতে ভগ্নাংশ এককটি সমস্ত ভগ্নাংশের জন্য সাধারণ হয়। এটি হরগুলির একটি সাধারণ গুণিতক (উদাঃ, হরগুলির গুনফল, বা হরগুলির সর্বনিম্ন সাধারণ গুণিতক) খুঁজে বের করে করা যেতে পারে।
২. এই সমতুল্য ভগ্নাংশগুলিকে একই ভগ্নাংশ এককের সঙ্গে যোগ করো। এটি লবগুলিকে যোগ করে এবং একই হর রেখে করা যেতে পারে।
৩. প্রয়োজন হলে ফলাফলটিকে ক্ষুদ্রতম আকারে প্রকাশ করো।

ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতির আর একটি উদাহরণ দেওয়া যাক।

যেমন: $\frac{২}{৩}$ এবং $\frac{১}{৫}$ - এর যোগফল বের করো

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির হরগুলি হল ৩ এবং ৫। সর্বনিম্ন ৩ এবং ৫ এর সাধারণ গুণিতক ১৫। তারপর আমরা দেখতে পাই যে-

$$\frac{২}{৩} = \frac{২ \times ৫}{৩ \times ৫} = \frac{১০}{১৫}, \quad \frac{১}{৫} = \frac{১ \times ৩}{৫ \times ৩} = \frac{৩}{১৫}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{10}{18} + \frac{3}{18} = \frac{13}{18}.$$

যেমন: এর যোগফল বের করুন $\frac{1}{6}$ এবং $\frac{1}{3}$.

৬ এবং ৩ -এর ক্ষুদ্রতম সাধারণ গুণিতক হল ৬।

$\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$ -ই থাকবে

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$$

যদি ইচ্ছে হয় $\frac{3}{6}$ ভগ্নাংশটিকে এখন তার ক্ষুদ্রতম আকারে প্রকাশ করা যেতে

পারে, এর লব এবং হর উভয়কেই ৩ দিয়ে ভাগ করে করা যেতে পারে (৩ এবং ৬-এর বৃহত্তম সাধারণ গুণনীয়ক):

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{সুতরাং } \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

☀ এটি সমাধান করো

১. ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতি ব্যবহার করে নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলি যোগ করো:

ক. $\frac{2}{4} + \frac{5}{4} + \frac{6}{4}$ খ. $\frac{7}{8} + \frac{1}{6}$ গ. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{2}{3} + \frac{2}{4}$ ঙ. $\frac{7}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$

চ. $\frac{2}{6} + \frac{8}{6}$ ছ. $\frac{8}{6} + \frac{2}{6}$ জ. $\frac{7}{6} + \frac{5}{6}$ ঝ. $\frac{8}{2} + \frac{5}{8}$ ঞ. $\frac{7}{6} + \frac{2}{4}$

ট. $\frac{7}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$ ঠ. $\frac{2}{6} + \frac{8}{6} + \frac{7}{6}$ ড. $\frac{8}{2} + \frac{5}{8} + \frac{4}{6}$

১. রহিম $\frac{2}{6}$ লিটার হলুদ রঙের সঙ্গে $\frac{7}{8}$ লিটার নীল রঙ মিশ্রিত করে সবুজ রঙ তৈরি করে। সে কত পরিমাণ সবুজ রঙ তৈরি করেছে?

২. গীতা $\frac{2}{6}$ মিটার জড়ি ও শামীম $\frac{7}{8}$ এর মিটার একই জড়ি কেনে টেবিলের কাপড়ের

উপর একটি সম্পূর্ণ সীমানা লাগানোর জন্য যার পরিধি ১ মিটার দীর্ঘ। তারা দুজনে যে জড়ি কিনেছে তার মোট দৈর্ঘ্য খুঁজে বের করো। পুরো সীমানা ঢেকে দেওয়ার জন্য জড়িটি কি যথেষ্ট হবে?

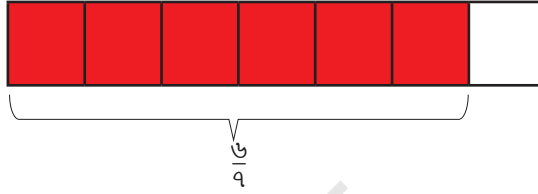
একই ভগ্নাংশের একক বা হরযুক্ত ভগ্নাংশের বিয়োগ

ভগ্নাংশ বিয়োগ করার সময়ও ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতি প্রযোজ্য!

$\frac{8}{4}$ থেকে $\frac{6}{4}$, বিয়োগের সমস্যা থেকে শুরু করা যাক অর্থাৎ, যা $\frac{6}{4} - \frac{8}{4}$?

এই সমস্যা সমাধানের জন্য, আমরা আবার আয়তক্ষেত্রাকার রেখাচিত্রমালা ব্যবহার করতে পারি। উভয় ভগ্নাংশে, ভগ্নাংশ একক একই, অর্থাৎ, $\frac{1}{4}$ । এসে

আমরা প্রথমে একটি আয়তক্ষেত্রাকার রেখাচিত্রের মডেল ব্যবহার করে বৃহত্তর ভগ্নাংশটি উপস্থাপন করি যেমন দেখানো হয়েছে:



প্রতিটি রঙকরা অংশ $\frac{1}{4}$ -কে প্রতিনিধিত্ব করে। এখন, আমাদের $\frac{8}{4}$ বিয়োগ করতে হবে। এই করার জন্য এসে ৪টি ছায়াযুক্ত অংশ সরিয়ে ফেলি:



ভগ্নাংশ অংশ
অপসারণ করা হবে।

আমরা এখানে সরাসরি এটি
করতে পারি কারণ উভয়
ভগ্নাংশের একই ভগ্নাংশের একক
রয়েছে।



সুতরাং, আমাদের ২ টি রঙকরা অংশ বাকি রয়েছে, অর্থাৎ, $\frac{6}{4} - \frac{8}{4} = \frac{2}{4}$

একই অনুশীলনটি সংখ্যা রেখা ব্যবহার করে করার চেষ্টা করো।

☀ এটি সমাধান করো

$$১. \frac{৫}{৮} - \frac{৩}{৮}$$

$$২. \frac{৭}{৯} - \frac{৫}{৯}$$

$$৩. \frac{১০}{২৭} - \frac{১}{২৭}$$

বিভিন্ন ভগ্নাংশের একক বা হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের বিয়োগ

যেমন: কি হবে $\frac{৩}{৮} - \frac{২}{৬}$?

আমরা ইতিমধ্যে ভগ্নাংশের বিয়োগের পদ্ধতিটি জানি একই ভগ্নাংশ ইউনিট, আসুন আমরা প্রদত্ত প্রতিটি ভগ্নাংশকে একই ভগ্নাংশ ইউনিটগুলির সাথে সমতুল্য ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$\frac{৩}{৮} = \frac{(৩ \times ৩)}{(৮ \times ৩)} = \frac{৯}{২৪}$$

হ্যাঁ! এটি করার মাধ্যমে আমরা সহজেই দুটি ভগ্নাংশ বিয়োগ করতে পারি।

ভাবো তো! কেন আমরা লব এবং হর উভয়কেই ৩ দিয়ে গুণ করতে বেছে নিলাম?

$$\text{এবং একইভাবে,}$$

$$\frac{২}{৬} = \frac{(২ \times ৪)}{(৬ \times ৪)} = \frac{৮}{২৪}$$

আবার! কেন আমরা এখানে লব এবং হর উভয়কেই ৪ দিয়ে গুণ করতে বেছে নিলাম?

$$\text{সুতরাং } \frac{৩}{৮} - \frac{২}{৬} = \frac{৯}{২৪} - \frac{৮}{২৪} = \frac{১}{২৪}$$

দুটি ভগ্নাংশ বিয়োগ করার জন্য ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতি —

১. প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলিকে একই ভগ্নাংশের একক , অর্থাৎ একই হর বিশিষ্ট সমতুল্য ভগ্নাংশে রূপান্তর করো।
২. একই ভগ্নাংশের একক বিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলির বিয়োগ করো। এটি লবগুলি বিয়োগ করে এবং একই হর রেখে এটি করা যেতে পারে।
৩. প্রয়োজনে ফলাফলটি সর্বনিম্ন রূপে প্রকাশ করো।

☀ এটি সমাধান করো

১. ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতি ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বিয়োগগুলি সম্পাদন করো:

ক. $\frac{৮}{১৫} - \frac{৩}{১৫}$ খ. $\frac{২}{৫} - \frac{৪}{১৫}$ গ. $\frac{৫}{৬} - \frac{৪}{৯}$ ঘ. $\frac{২}{৩} - \frac{১}{২}$

২. নির্দেশিত হিসাবে বিয়োগ করো:

ক. $\frac{১০}{৪}$ থেকে $\frac{১০}{৬}$ খ. $\frac{১৮}{৫}$ থেকে $\frac{২৩}{৬}$ গ. $\frac{২৯}{৭}$ থেকে $\frac{৪৫}{৭}$

৩. নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো:

- ক. জয়ার বিদ্যালয় তার বাড়ি থেকে $\frac{১}{১০}$ কিলোমিটার দূরে। সে প্রতিদিন বাড়ি থেকে একটা অটো করে $\frac{২}{৩}$ কিলোমিটার যায়, তারপর বাকি পথ হেঁটে বিদ্যালয়ে পৌঁছায়। প্রতিদিন তাকে কতটুকু হেঁটে বিদ্যালয়ে পৌঁছাতে হয় ?
- খ. জীবিকা পার্কটি পুরো প্রদক্ষিণ করতে $\frac{১০}{৬}$ মিনিট সময় নেয় এবং তার বন্ধু নমিত একই কাজ করতে $\frac{১০}{৪}$ মিনিট সময় লাগে। কার সময় কম লাগে এবং সে কতটুকু সময় নেয়?

- ৭.৯ ইতিহাসের এক তথ্য

তুমি কি জানো প্রাচীন ভারতে ভগ্নাংশকে কী বলা হত? এটাকে সংস্কৃতে ডাকা হতো ভিন্ন বলে, যার অর্থ হল 'ভাঙা'। একে ভাগ বা অংশ বলেও ডাকা হতো যার অর্থ 'অংশ' বা 'টুকরো'।

আজ বিশ্বব্যাপী আমরা যেভাবে ভগ্নাংশ লিখি, তার উৎপত্তি ভারতে। প্রাচীন ভারতীয় গাণিতিক গ্রন্থে, যেমন বাঙ্গালী পাণ্ডুলিপি (আনুমানিক ৩০০ খ্রিস্টাব্দের দিকে), যখন তারা $\frac{২}{৩}$ লিখতে চাইতো তখন তারা তাকে $\frac{২}{৩}$ হিসেবে লিখতো। যা আজকের লেখার পদ্ধতির মতোই! ভগ্নাংশ লেখার এবং কাজ করার এই পদ্ধতি পরবর্তী কয়েক শতাব্দী ধরে ভারতে ব্যবহৃত হয়ে আসছিল, যার মধ্যে ছিলেন আর্ষভট্ট (৪৯৯ খ্রিস্টাব্দ), ব্রহ্মগুপ্ত (৬২৮ খ্রিস্টাব্দ), শ্রীধরাচার্য (আনুমানিক ৭৫০ খ্রিস্টাব্দ) এবং মহাবীরাচার্য (আনুমানিক ৮৫০ খ্রিস্টাব্দ) প্রমুখ। ভগ্নাংশ $\frac{২}{৩}$

এবং অন্যান্য ভগ্নাংশ লব এবং হরের মধ্যে রেখাংশটি পরে মরক্কোর গণিতবিদ

আল-হাসার (দ্বাদশ শতাব্দীতে) দ্বারা প্রবর্তিত হয়। পরবর্তী কয়েক শতাব্দী ধরে স্বরলিপিটি ইউরোপ এবং বিশ্বজুড়ে ছড়িয়ে পড়ে।

ভগ্নাংশগুলি অন্যান্য সংস্কৃতিতেও ব্যবহার করা হয়েছিল যেমন-প্রাচীন মিশরীয় এবং ব্যাবিলনীয় সভ্যতায়। তবে তারা মূলত ভগ্নাংশের একক ব্যবহার করত, অর্থাৎ যেসব ভগ্নাংশের লব ১ হয়। আরও সাধারণ ভগ্নাংশগুলিকে তারা বিভিন্ন ভগ্নাংশের এককের যোগফল হিসেবে প্রকাশ করত, যা বর্তমানে 'মিশরীয় ভগ্নাংশ' নামে পরিচিত। সংখ্যাগুলিকে ভগ্নাংশ এককের যোগফল হিসাবে লেখা, যেমন, $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, যা একটি শিল্পের মতো হতে পারে এবং এটি সুন্দর ধাঁধা সৃষ্টি করে। নীচে আমরা এমনই একটি ধাঁধা বিবেচনা করবো।

সাধারণ ভগ্নাংশ (যেখানে লব অবশ্যই ১ নয়) প্রথম ভারতে পরিচিত হয়, এবং এর সাথে ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও বিভাজনের নিয়মগুলিও উন্নত করা হয়। প্রাচীন ভারতীয় গ্রন্থ 'শুল্বসূত্র' প্রমাণ করে যে বৈদিক যুগেও ভারতীয়রা ভগ্নাংশের উপর গণিতের নিয়ম আবিষ্কার করেছিল। ভগ্নাংশ নিয়ে কাজ করার এবং তা গণনা করার সাধারণ নিয়ম ও পদ্ধতিগুলো প্রথম ব্রহ্মগুপ্ত দ্বারা আনুষ্ঠানিকভাবে সংকলিত হয় এবং আধুনিক রূপে উপস্থাপিত হয়।

ব্রহ্মগুপ্তের ভগ্নাংশ নিয়ে কাজ করার এবং গণনা করার জন্য পদ্ধতিগুলি আজও আমরা ব্যবহার করি। উদাহরণস্বরূপ, ব্রহ্মগুপ্ত নিম্নরূপ ভগ্নাংশ যোগ এবং বিয়োগ করার নিয়ম নিম্নলিখিতভাবে বর্ণনা করেছেন:

"অন্যান্য হর দ্বারা প্রতিটি ভগ্নাংশের লব এবং হরকে গুণ করে এবং ভগ্নাংশগুলিকে একটি সাধারণ হরে রূপান্তরিত করা হয়। তারপরে, যোগের ক্ষেত্রে, লবগুলিকে (উপরের হ্রাসের পরে প্রাপ্ত) যোগ করা হয়। বিয়োগের ক্ষেত্রে তাদের পার্থক্য ধরা হয়।" (ব্রহ্মগুপ্ত, ব্রহ্মস্ফুটসিদ্ধান্ত, শ্লোক ১২.২, ৬২৮ খ্রিষ্টাব্দ)।

ভারতীয় ধারণা এবং ভগ্নাংশের সাথে জড়িত পদ্ধতিগুলি পরবর্তী কয়েক শতাব্দীতে আরবদের মাধ্যমে ইউরোপে স্থানান্তরিত হয়েছিল এবং তারা প্রায় ১৭ শ শতাব্দীর মধ্যে ইউরোপে সাধারণভাবে ব্যবহৃত হতে শুরু করে এবং তারপরে বিশ্বব্যাপী ছড়িয়ে পড়ে।

☀️ ধাঁধা!

যোগফল ১ পাওয়ার জন্য ভগ্নাংশ একক যোগ করা সহজ, যদি কেউ একই ভগ্নাংশ একক ব্যবহার করে, উদাহরণস্বরূপ,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1, \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1, \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1, \text{ ইত্যাদি।}$$

যাইহোক, তুমি কি এমন কোনও উপায় ভাবতে পারো যেখানে সবগুলো ভিন্ন ভিন্ন এককের ভগ্নাংশ যোগ করে ১ পাওয়া যায়?

১ পাওয়ার জন্য দুটি ভিন্ন ভগ্নাংশ ইউনিট যোগ করা সম্ভব নয়। কারণটা হল যে $\frac{1}{2}$ বৃহত্তম ভগ্নাংশ ইউনিট, এবং $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

বিভিন্ন ভগ্নাংশ ইউনিট পেতে, আমাদের কমপক্ষে একটি প্রতিস্থাপন করতে হবে $\frac{1}{2}$ কিছু ছোট ভগ্নাংশ ইউনিট সহ - তবে তারপরে যোগফলটি ১ এর চেয়ে কম হবে! অতএব, দুটি পৃথক ভগ্নাংশ ইউনিটের পক্ষে ১ পর্যন্ত যোগ করা সম্ভব নয়।

আমরা এর পরিবর্তে ১-কে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন এককের ভগ্নাংশের যোগফল হিসাবে লেখার একটি উপায় খুঁজে বের করার চেষ্টা করতে পারি।

১. তুমি কি তিনটি পৃথক ভগ্নাংশ একক খুঁজে পেতে পারো যা ১ পর্যন্ত যোগ করে?

দেখা যাচ্ছে যে এই সমস্যার একমাত্র সমাধান আছে (৩টি ভগ্নাংশের ক্রম পরিবর্তন পর্যন্ত)! তুমি কি এটা খুঁজে বের করতে পারো? আরও পড়ার আগে এটি খুঁজে বের করার চেষ্টা করো।

এটি চেষ্টা
করো 

এখানে সমাধান খুঁজে বের করার একটি নিয়মতান্ত্রিক উপায়। আমরা জানি যে, $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$ । ভগ্নাংশ এককগুলি আলাদা করতে

হলে, আমাদের কমপক্ষে একটি $\frac{1}{3}$ বাড়াতে হবে, এবং সেই বৃদ্ধির জন্য অন্য একটি

$\frac{1}{3}$ কমাতে হবে। $\frac{1}{3}$ -কে বাড়ানোর একমাত্র উপায় হল এটিকে $\frac{1}{2}$ -এর দ্বারা

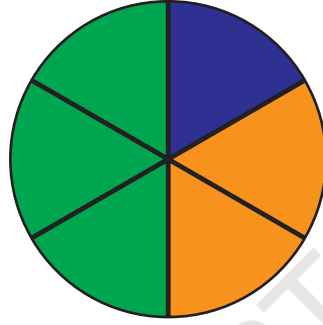
প্রতিস্থাপন করা। তাই $\frac{1}{2}$ -কে অবশ্যই ভগ্নাংশের এককগুলি ভিন্ন করতে

হলে, আমাদের একটি $\frac{1}{8}$ বাড়াতে হবে এবং সেই বৃদ্ধির জন্য $\frac{1}{8}$ কমাতে হবে।

এখন $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1$ । ভগ্নাংশ এককগুলি আলাদা করতে হলে, আমাদের

একটি $\frac{1}{2}$ বাড়াতে হবে এর এবং সেই বৃদ্ধির ক্ষতিপূরণ করার জন্য $\frac{1}{3}$ কমাতে হবে। এখন $\frac{1}{3}$ কে অন্য ভগ্নাংশ এককে বাড়ানোর একমাত্র উপায়, যা $\frac{1}{3}$ থেকে আলাদা, তা হল একে $\frac{1}{6}$ দ্বারা এটি দ্বারা প্রতিস্থাপন করা। সুতরাং দুটি ভগ্নাংশ অবশ্যই $\frac{1}{2}$ এবং $\frac{1}{6}$ হতে হবে! তাহলে তৃতীয় ভগ্নাংশ কী হবে, যাতে তিনটি ভগ্নাংশ যোগ করে ১ হয়?

এটি ব্যাখ্যা করে যে কেন উপরের সমস্যার একমাত্র সমাধান রয়েছে।



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

যদি আমরা চারটি ভিন্ন ভগ্নাংশ একক খুঁজি যেগুলো যোগ করলে ১ হয়, তাহলে সেটি কী হবে?

২. তুমি চারটি ভিন্ন ভগ্নাংশ একক খুঁজে পেতে পারো যা ১ পর্যন্ত যোগ করে?

দেখা যাচ্ছে যে এই সমস্যার ছয়টি সমাধান রয়েছে! তুমি কি তাদের অন্তত একজনকে খুঁজে পেতে পারো? তুমি কি সবগুলো খুঁজে পেতে পারো? তুমি দুটি এবং তিনটি ভগ্নাংশ এককের ক্ষেত্রে অনুরূপ যুক্তি ব্যবহার করার চেষ্টা করতে পারো - বা তোমার নিজস্ব পদ্ধতিটি সন্ধান করতে পারো!

একবার তুমি একটি সমাধান খুঁজে পাওয়ার পর, সেটি কল্পনা করার জন্য উপরের চিত্রের মতো একটি বৃত্তকে বিভিন্ন অংশে বিভক্ত করার চেষ্টা করো!



সারাংশ

- **সমান অংশ হিসাবে ভগ্নাংশ:** যখন পুরো সংখ্যক একক সমান অংশে বিভক্ত হয় এবং সমানভাবে ভাগ করা হয়, তখন একটি **ভগ্নাংশ** ফলাফল দেয়।
- **ভগ্নাংশ একক:** যখন একটি সম্পূর্ণ মৌলিক একক সমান অংশে বিভক্ত হয়, তখন প্রতিটি অংশকে বলা হয় **ভগ্নাংশ একক**।
- **ভগ্নাংশ পড়া:** যেমন একটি ভগ্নাংশে যেমন $\frac{5}{6}$ -এ ৫-কে লব এবং ৬-কে হর হয়।
- **মিশ্র ভগ্নাংশ** একটি পূর্ণ সংখ্যা অংশ এবং একটি ভগ্নাংশ অংশ ধারণ করে।
- **সংখ্যা রেখা:** ভগ্নাংশগুলি একটি সংখ্যা রেখায় দেখানো যেতে পারে। প্রতিটি ভগ্নাংশের সাথে সংখ্যা রেখায় একটি বিন্দু যুক্ত থাকে।
- **সমতুল্য ভগ্নাংশ:** যখন দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশ একই ভাগ বা সংখ্যা উপস্থাপন করে, তখন তাদের বলা হয় **সমতুল্য ভগ্নাংশ**।
- **সর্বনিম্ন রূপ:** একটি ভগ্নাংশ যার লব এবং হরের মধ্যে ১ ছাড়া অন্য কোনও সাধারণ গুণনীয়ক নেই, তাকে সর্বনিম্ন রূপ বা তার সহজতম রূপে বলা হয়।
- **ব্রহ্মগুপ্তের ভগ্নাংশ যোগ করার পদ্ধতি:** যখন ভগ্নাংশ যোগ করা হয়, তখন তাদের একই ভগ্নাংশ একক (অর্থাৎ, একই হর) সহ সমতুল্য ভগ্নাংশে রূপান্তর করে এবং তারপর যোগফল পেতে প্রতিটি ভগ্নাংশের ভগ্নাংশ এককের সংখ্যা যোগ করে। এটি একই হর রেখে লব যোগ করে সম্পন্ন করা হয়।
- **ব্রহ্মগুপ্তের ভগ্নাংশ বিয়োগ করার পদ্ধতি:** ভগ্নাংশ বিয়োগ করার সময়, প্রথমে তাদের সমতুল্য ভগ্নাংশে রূপান্তর করে যাতে তাদের একই ভগ্নাংশ একক (অর্থাৎ একই হর) থাকে। এরপর, ভগ্নাংশের এককের সংখ্যা বিয়োগ করে। এটি লবগুলোকে বিয়োগ করে এবং হর অপরিবর্তিত রেখে সম্পন্ন করা হয়।